Yüksek Lisans Tezi Tezi Hazırlayan Akmöör KOCOŞOVA Anabilim Dalı Matematik 2015

KIRGIZİSTAN - TÜRKİYE
"MANAS" ÜNİVERSİTESİ

KIRGIZİSTAN TÜRKİYE MANAS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

DOĞRUSAL OLMAYAN PARABOLİK DİFFERENSİYEL DENKLEMLERİN ASİMPTOTİĞİ

Hazırlayan
Akmöör KOCOŞOVA

Danışman
Prof. Dr. Asan ÖMÜRALİYEV

Yüksek Lisans Tezi

Haziran 2015
KIRGIZİSTAN/BİŞKEK

КЫРГЫЗ-ТҮРК МАНАС УНИВЕРСИТЕТИ
ТАБИГЫЙ ИЛИМДЕР ИНСТИТУТУ
МАТЕМАТИКА БАГЫТЫ

СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ПАРАБОЛА ТИБИНДЕГИ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН АСИМПТОТИКАСЫ

Даярдаган
Кожошова Акмөөр

Жетекчиси
ф. м. и. докт., профессор Асан Өмүралиев

Магистирдик диссертация

Июнь 2015
КЫРГЫЗСТАН/ БИШКЕК

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin, akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim. Aynı zamanda bu kural ve davranışların gerektirdiği gibi, bu çalışmanın özünde olmayan tüm materyal ve sonuçları tam olarak aktardığımı ve referans gösterdiğimi belirtirim.

Adı Soyadı: Akmöör KOCOŞOVA

İmza :

ПЛАГИАТ ЖАСАЛБАГАНДЫГЫ ТУУРАЛУУ БИЛДИРҮҮ

Мен бул эмгекте алынган бардык маалыматтарды академиялык жана этикалык эрежелерге ылайык колдондум. Тагыраак айтканда, бул эмгекте колдонулган, бирок мага тиешелүү болбогон маалыматтардын бардыгын тиркемеде так көрсөттүм жана эч кайсы жерден плагиат жасалбагандыгына ынандырып кетким келет.

Аты-жөнү: Акмөөр Кожошова

Колу:

YÖNERGEYE UYGUNLUK

"Doğrusal olmayan parabolık differensiyel denklemlerin asimptotiği" adlı Yüksek Lisans Tezi, Kırgızistan Türkiye Manas Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi'ne uygun olarak hazırlanmıştır.

Tezi Hazırlayan	Danışman
Akmöör KOCOŞOVA	Prof.Dr. Asan ÖMÜRALİYEV
İmza:	İmza:

Matematik ABD Başkanı

Prof. Dr. Avıt Asanov

İmza:

Prof. Dr. Asan ÖMÜRALİYEV danışmanlığında Akmöör KOCOŞOVA tarafından hazırlanan "Doğrusal olmayan parabolık differensiyel denklemlerin asimptotiği" adlı bu çalışma, jürimiz tarafından Kırgızistan Türkiye Manas Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

……….. /…… / ………..

JÜRİ:

Danışman	: Prof. Dr. Asan ÖMÜRALİYEV	…………….
Üye	:……………………………….	…………….
Üye	:……………………………….	…………….
Üye	:……………………………….	…………….
Üye	:……………………………….	…………….

ONAY :
Bu tezin kabulü Enstitü Yönetim Kurulunun ………..…. tarih ve …………..…… sayılı kararı ile onaylanmıştır.

………. /……../ ………

Prof. Dr. Zafer GÖNÜLALAN

Enstitü Müdürü

Ф. м. и. докт., профессор Асан Өмүралиевдин жетекчилигинде Кожошова Акмөөр тарабынан даярдалган “Сызыктуу эмес парабола тибиндеги дифференциал теңдемелердин асиптотикасы” темасындагы магистрдик иш коммисия тарабынан Кыргыз-Түрк Манас университети Табигый илимдер институту Математика багытында магистдик иш болуп кабыл алынды.

……….. /…… / ………..

Коммисия:

Илимий жетекчи	: Ф. м. и. докт., профессор Асан Өмүралиев	…………….
Төрагасы	:………………………………	…………….
Мүчө	:………………………………	…………….
Мүчө	:………………………………	…………….

Чечим :

Бул магистрдик иштин кабыл алынышы Институт башкаруу кеңешинин ………...… датасында жана ……….……… санындагы чечими менен бекитилди.

………. /……../ ………

Проф. Док. Зафер Гөнүлалан

Институт Мүдүрү

АЛГАЧ СӨЗ / ЫРААЗЫЧЫЛЫК

Магистирдик ишти даярдоодо мени туура багыттаган, жардамын жана ой-пикирлерин аябаган, дээге эле билим алуумда салымы чоң, агайым жана илимий жетекчим ф.-м. и. докт., профессор Асан Өмүралиев агайга терең ыраазычылыгымды билдирем.

Акмөөр Кожошова

Бишкек, Кулжа айы 2015

СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ПАРАБОЛА ТИБИНДЕГИ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН АСИМПТОТИКАСЫ

Кожошова Акмөөр Жыргалбековна

Кыргыз-Түрк "Манас" Университети, Табигый илимдер институту

Магистрдик диссертация, кулжа айы 2015

Илимий жетекчи: ф.-м. и. докт., профессор Асан Өмүралиев

Кыскача мазмуну

Бул магистирдик диссертацияда, сызыктуу эмес парабола тибиндеги дифференциалдык теңдемелердин асиптотикалык чыгарылышы каралган. Мындай маселелерде, жекече туундулардын астында кичине параметр болгон учурда, асиптотикалык чыгарылышын аныктоо татаалдашат. Маселени регуляризациялоо үчүн атайын өзгөрмөлөр тандалып алынып, берилген маселени кеңейтилген түргө өткөрүп изилдейбиз. Мындай кошумча өзгөрмөлөрдү киргизүү менен катар атайын функция тандалып алынган.

Бул иш 3 бөлүмдөн турат. Биринчи бөлүмдө адабияттарды изилдөө, экинчи бөлүмдө дүүлүккөндүк, регулярдуу жана сингулярдуу дүүлүккөндүк жөнүндө кыскача теория берилди. Ал эми үчүнчү бөлүмдө маселенин коюлушу, аны регулярлоо жана итераттык маселелерди чыгаруу аркылуу сингулярдуу дүүлүккөн маселенин чыгарылышынын асимптотикасы тургузулду жана калдык мүчөнүн баалоосу жүргүзүлдү.

Иштин мазмуну 35 бет, 31 формула жана 78 колдонулган адабият булактарын өзүнө камтыйт.

Ачкыч сөздөр: Парабола тибиндеги дифференциалдык теңдемелер, дүүлүккөндүк, регулярлоо, асиптотика.

DOĞRUSAL OLMAYAN PARABOLİK DİFFERENSİYEL DENKLEMLERİN ASİMPTOTİĞİ.

Akmöör Zh. Kocoşova

Kırgızistan-Türkiye Manas Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü

Yüksek Lisans Tezi, Haziran 2015

Danışman: Prof. Dr. Asan ÖMÜRALİYEV

Geniş Özet

Bu çalışmada; doğrusal olmayan parabolik differensiyel denklemlerin asimptotik çözümleri incelenmiştir. Doğrusal olmayan parabolik denklemlerdeki kısmi türevlerin ön tarafında küçük parametre olduğu zaman asimptotigini incelemek daha farklıdır. Böyle problemleri düzenlileştirmek için özel bir değişkenleri seçmek zorundayız. Onunla beraber özel bir fonksiyon seçilmiştir ve çözümünü bulmak için bir ayrışma yapılmıştır.

Bu yüksek lisans tezi 3 bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde; problemle ilgili çalışmaya başlamadan önce, konu ile ilgili makaleler ve bulgular incelenmiştir. Bu inceleme sırasında konu hakkında önceden yapılmış bir çalışma olup olmadığını belirleyerek, diğer araştırma sonuçlarını incelenmiş konu hakkında bilgiler artırılmıştır ve rapor aşamasında diğer araştırmalara atıf yapma imkanı bulunmuştur. Kısaca, konuyla ilgili literatür taranmıştır ve genel bilgiler verilmiştir.

Ikinci bölümde ise; tedirğinlik, bireysel tedirginlik, regülerize yöntemi hakkında genel teori verilmiştir. Fizik, astrofizik, kimya, biyoloji, sosyoloji, teknoloji ana bilim dallarında, birçok süreçlerin matematiksel modelleri, genellikle çeşitli ayarları içeren diferansiyel denklemlerle anlatılmaktadır. Eğer faktör önemli değilse parametre küçüktür. Denklemde küçük parametre olduğu zaman, parametreyi sıfra eşitleyerek basit bir problem ortaya geliyor. Böyle problemler verilen problemlere göre tedirgin olmayan

veya dejenere problemler olarak adlandırılır. Bu problemlerin çözümü tedirgin olmayan problemlerin çözümünün arasında bir fark olmadığı zaman problem düzenli tedirgin olarak isimlendirilir.

Bununla birlikte, küçük parametre sıfıra yakınlaştığı zaman, dejenere denklemin çözeltisine bir yakınlık sağlamayan çok önemli bir sorun vardır. Bu tür problemlere tek başına tedirgin denir.

Tekil tedirgin problemlerin sınıfına, yüksek türevli olan küçük bir parametreyi içeren diferansiyel denklemler aittir.

Dejenere problemlerine geçişte bu tür denklemlerin düzeyi indirgenir, bu nedenle dejenere denklemin çözümü, orijinal denklemi için belirtilen tüm ek koşullar yerine getiremiyor ve ek koşulların bazıları terk edilmelidir.

Bu alanda Rus bilim adamı A.N. Tihonov, kendisinin bir çok çalışmalarında incelemiştir [51-53]. Bu çalışmalarda denklemin bir parçası yüksek derecede türevi içeren, doğrusal olmayan kısmi türevli differansiyel denklemler sistemlerine ayrılmıştır. Böyle sistemler çözümleri "hızlı'' ve "yavaş" bileşenlere sahiptir (bu sistemlere artık Tihonov'un sistemleri denir). Bu tür sistemler için genellikle kullanılan klasik algoritmalar gücünü kaybetmekte ve çözümlerini bulmak için asimptotik yöntemler kullanılmaktadır. Numerik integraller yöntemi ve asimptotik integraller yöntemi, differansiyel denklemleri hesaplarken işlemleri hem azaltır hem de çok iyi bir algoritma olarak sayılır.

Tekil tedirgin problemleri ilk 1904. yılı Prandtl L. sınır tabakasıyla ilgili kendi çalışmasında anlatmıştır [2]. Aynı zamanda bu konuda 1948-1952.yy. Tihonov makale olarak yayınlanmıştır. yayınlanmış makalelerinde [3]. A.M. Lyapunov tarafından yapılan sabitlik teorisi İ.S. Gradshtein'in tekil tedirgin problemlerle ilgili çalışmalarında kullanılıyordur [4,5]. 1950.y. bu teorinin gelişmesini N.M. Krılov'un, N. N. Bogolyubov'un ve diğer bilim adamları tarafından kullanılan ortalama yöntemi, L.S. Pontryagin, E.F. Mishenko, H.X. Rozov v.b. gevşeme salınımları teorisinin asimptotik yöntemleri. S. A. Lomov'un ve digerlerin regulerize yöntemleri, L. Prandtl, M.I.Vishik, L.A. Lusternik, A. B. Vasilieva'nın sınır şartları yöntemi S. Kaplun, M. Van-Daık, A.M. İlin'in asimptotik dağıtım yöntemi, İmanaliev M. İ., Butuzov V. F., A. K. Kasımov sağlayan ve şimdiye kadar temel yöntem olarak hizmet etmektedir [6-16].

Üçüncü bölümde ise; doğrusal olmayan parabolik differensiyel denklemlerin asimptotik çözümleri incelenmiştir. İncelemek için aşağıdaki gibi denklem kullanılmıştır

$$L_\varepsilon \equiv \partial_t u - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u - u^2(x,t,\varepsilon) = 0, \qquad (x,t) \in \Omega$$

$$u|_{t=0} = h(x), \quad u|_{x=0} = 0,$$

Bu tür problemlerin çözümlerini incelemek için özel değişkenliler seçilmiştir.

$$\tau = \frac{t}{\varepsilon}, \qquad \xi = \frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \qquad \varphi(x) = \int_0^x \frac{ds}{\sqrt{a(s)}}$$

Onunla beraber özel bir fonksiyon seçilmiştir ve çözümünü bulmak için bir ayrışma yapılmıştır ve tezin sonunda bulunan çözümün asimptotiği, konulan problemin asimptotiği olduğu gösterilmiştir.

Çalışma 35 sayfa, 31 formül ve 78 yararlanılmış kaynaklardan oluşmaktadır.

Anahtar kelimeler: Parabolik differensiyel denklemler, tedirğinlik, düzenlileştirme, asimptotikler.

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Кожошова Акмоор Жыргалбековна

Кыргызско-Турецкий университет “Манас”, Институт Естественных наук

Магистерская диссертация, Июнь 2015

Научный руководитель: д. ф.-м. н., профессор Асан Омуралиев

Аннотация

Тема данной магистерской диссертации – «Асимптотика решения сингулярно возмущенного параболического уравнения с квадратичной нелинейностью» - в рамках которой была рассмотрена сингулярно возмущенное уравнение.

В данной работе строится асимптотика решения сингулярно возмущенного дифференциального уравнения параболического типа, содержащего квадратичную нелинейность. С позиции метода регуляризации для сингулярно возмущенных задач, впервые изучается нелинейное, сингулярно возмущенное уравнение.

Диссертация состоит из трех глав. Первая глава посвящена анализу литературы и нормативных источников, во второй главе дается определение асимптотическому методу и регуляризацию, описывается возмущенность, регулярное и сунгулярное возмущение. А так же в специальном отделе с позиции метода регуляризации и с вычислением итерационных задач строится асимптотика сингулярно возмущенных задач с квадратичной нелинейностью. В конце дипломной работы показана оценка остаточного члена.

Работа содержит 35 страниц пояснительной записки, 31 формул, 78 использованных источников.

Ключевые слова: Сингулярно возмущенная параболическая задача, асимптотика, метод регуляризации.

THE ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF THE NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATION OF PARABOLIC TYPE.

Kozhoshova Akmoor Zhirgalbekobna

Kyrgyzstan-Turkey Manas University, Institute of Natural and Applied Sciences

M. Sc. Thesis, June 2015

Supervisor: Prof. Dr. Asan OMURALIEV

Abstract

The theme of this thesis is "*The asymptotic solution of a singularly perturbed parabolic equation with quadratic nonlinearity*" - in the frame of which we consider a singularly perturbed equation.

In this thesis we construct an asymptotic solution of singularly perturbed differential equation of parabolic type containing quadratic nonlinearity. From the position of the regularization method of singularly perturbed problems the nonlinear singularly perturbed equation is being studied for the first time in this thesis.

The thesis consists of three chapters. The first chapter is dedicated to the analysis of the literature and the regulatory sources, the second chapter describes the regular and singular perturbation and defines the asymptotic and regularization. And as a special section from the position of the regularization method and calculation of iterative tasks we construct the asymptotic of singularly perturbed problems with quadratic nonlinearity. The estimate of the remainder is shown at the end of the thesis.

The work contains 35 pages of explanatory notes, 31 formulas and 78 used sources.

Keywords: singularly perturbed parabolic problem, asymptotic behavior, regularization method.

МАЗМУНУ

СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ПАРАБОЛА ТИБИНДЕГИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН АСИПТОТИКАСЫ.

ҮЧҮНЧҮ БӨЛҮМ

КЫСКАРТУУЛАР ЖАНА СИМВОЛДОР

$\varepsilon \to 0$ – кичине параметр

$\Omega = \{(x, t): x \in (0, \infty), t \in (0, T]\}$

$\partial_t = \frac{\partial}{\partial t}$

$$\partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$$

$\partial_x^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$

$$\tilde{u}(M, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\sqrt{\varepsilon}\right)^i u_i(M)$$

$$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-s^2)\, ds.$$

Киришүү

Физикада, астрофизикада, химия, биология, социология, техникалык процесстерде математикалык модел катары көп учурда ар түрдүү параметрлерди камтыган дифференциалдык теңдемелер колдонулат. Теңдемеде колдонулган параметрлер, изилденип жаткан процесстерге таасир көрсөтүүчү факторлордун сандык мүнөздөмөсү катары кызмат кылат. Эгерде ал фактор анча маанилүү эмес болсо, анда параметр кичине болот. Бул учурда кичине параметрди нөлгө барабарлоо менен жөнөкөй маселе алынат. Мындай маселелер берилген маселелерге карата дүүлүкпөгөн же туюндурулган маселе деп аталат. Аталган маселелердин чыгарылышы дүүлүкпөгөн маселенин чыгарылышынан анча айырмаланбаган учурда маселе регулярдуу деп аталат [1].

Ошондой эле кичине параметр нөлгө жакындаган учурда башкача айтканда берилген туюндурулган маселеге бир калыпта жакындоону камсыздоочу маселелер бар. Мындай теңдемелер сингулярдуу дүүлүккөн теңдемелер деп аталат. Сингулярдуу дүүлүккөн теңдемелер менен баяндалган процесстерге, катаал маселерге алып келүүчү тез жана жай түзүлүүчүлөрдү камтыган, бир калыпта болбогон өтмөлөр тийиштүү. Катаал системалар үчүн колдонулуп келген классикалык алгоритмдер өздөрүнүн эффективдүүлүгүн жоготот. Мындай учурларда каралып жаткан маселенин дифференциалдык теңдемелерди асимптотикалык интегралдоо методдорунун негизинде анализ жүргүзүү керек. Сандык интегралдоо методдору жана асимптотикалык интегралдоо методдору, дифференциалдык теңдемелердин жакындаштырылган чыгарылыштарын эсептөө процессин азайтып жана эң ыңгайлуу алгоритмди иштеп чыгууга жардам берет.

Синдулярдуу дүүлүккөн маселелерди изилдөөнү биринчилерден болуп 1904-ж. Л. Прандтлдын докладында, чекттик катмар түшүнүгү менен бирге баяндалган [2]. Ал эми 1948-1952-жж.. жарыяланган А.Н. Тихоновдун макалалары математикалык теорияда жаңы терең өнүгүүнү тастыктаган [3]. А. Н. Тихоновдун эмгегинде сызыктуу эмес жөнөкөй дифференциалдык теңдемелер системасынын бир бөлүгү жогорку даражадагы туундуга ээ болгон, кичине параметрлүү теңдемеге арналган.

А.М. Ляпунов тарабынан түзүлгөн туруктуулук теориясы [4] И.С. Градштейн тарабынан дал ушул сингулярдуу маселелерде колдонулган [5]. 1950-жылдары бул теориянын өнүгүүсүнө Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов ж.б. ортолотуу методу[6], Л. С. Понтрягин, Е. Ф. Мищенко, Н. Х. Розов ж.башкалардын релакциалык термелүү теориясынын асимптотикалык методдору[7], С. А. Ломов ж.б. регуляризация методу[8], Л. Прандтль, М. И. Вишик, Л. А. Люстерник, А. Б. Васильева ж.б. четтик функция методу[2, 9,10], С. Каплун, М. Ван-Дайк, А. М. Ильин ж.б. асиптотикалык таратууну макулдаштыруу методу[11-13], Иманалиев М. И., Бутузов В. Ф., Касымов К. А. ж.б. окмуштуулар өз салымдарын кошушкан жана негизги багыт катары кызмат кылган[14-16].

Аталган окумуштуулар жана алардын окуучулары тарабынан сингулярдуу дүүлүккөн теңдемелерди чыгаруунун ар түрдүү асимптотикалык методдорун иштеп чыгышкан жана бүгүнкү күнгө чейин асимптотикалык метод кадимки дифференциалдык жана кээ бир айрым туундулуу теңдемелер үчүн иштелип келген.

Бул иште параболалык типтеги айрым туундулуу сингулярдуу дүүлүккөн дифференциалдык теңдеме, квадраттык сызыктуу эместикти камтыган учур каралып, анын чыгарылышы регулярлоо методунун жардамы менен чыгарылат.

Иштин максаты: Квадраттык сызыктуу эместикти камтыган сингулярдуу дүүлүккөн парабола тибиндеги дифференциалдык теңдеменин чыгарылышынын асимптотикасы тургузуу жана каталыгын баалоо;

БИРИНЧИ БӨЛҮМ

1.1 Адабияттарды изилдөө.

Сингулярдуу дүүлүккөн маселелерди изилдөө Лиувиллдин [17] эмгектеринен башталган. Ал өз эмгектеринде, Экинчи тартиптеги кадимки дифференциалдык теңдемени, параметири чексизге умтулган учурунда жакындаштырылган чыгарылышты изилдеген. Ошондой эле 1899-жылы Ж. У. Хорн [18] дал ушул маселенин асиптотикалык чыгарылышын тургузууну караган.

1904-жылы Прандтль [2] Навье-Стокстун четтик катмар концепциясын камтыган сингулярдуу дүүлүккөн системасын изилдесе[19], ал эми 1907-жылы Шлезингер [20], 1908-жылы Биркгоф [21] каалаган тартиптеги сингулярдуу дүүлүккөн кадимки дифференциалдык теңдеменин чыгарылышын изилдөөдөгү математикалык маселени чыгарышкан. Бул маселенин жалпы коюлушун 1934-жылы Тржидзинский чыгарган [22-23].

Сызыктуу эмес дүүлүккөн сингулярдуу маселеллерди чыгаруу азыркы убакта жакшы жетишкендиктерге ээ. Бул ийгиликтерге жетишкендиктер үчүн А. Н. Тихоновдун[3] жана Вазовдун В. [24] иштеринин мааниси өтө чоң.

1948-ж. А. Н. Тихоновдун эмгектеринде пределдик өтүү менен сызыктуу дүүлүккөн системаларды чыгаруу каралган. А. Н. Тихоновдун бул иштери жалпы математиктерди сингулядрдуу дүүлүккөн маселелерди кароосуна түрткү болгон. Кийин А. Н. Тихоновдун окуучусу А. Б. Васильева дүүлүккөн маселенин чыгарылышы, экспоненциалдык ылдамдыктын чыгарылышына умтулган учурдагы сызыктуу эмес сингулярдуу дүүлүккөн системалар үчүн асиптотикалык интегралдоо теориясын иштеп чыккан [10]. Бул метод алардын эмгектеринде баяндалган. Ал эми А. Н. Тихоновдун жетекчилиги астында жазылган В. М. Волосовдун сингулярдуу дүүлүккөн маселеси, термелүү бар учурда каралган. В. М. Волосов тарабынан белгилүү ортолотуп табуу методу жалпыланган [25].

Сызыктуу эмес парабола тибиндеги дифференциалдык тендемелердин асимптотикасы С. А. Ломов тарабынан изилденген [8]. Анын эмегектеринде сызыктуу эмес дифференциалдык тендемелер регуляризациялоо методу менен изилденген. Бул иште термелүү болгон учурда жана болбогон учурлар каралган жана кеңейтилген функциясы *exp* түрүндө изилденген.

А. Н. Тихоновдун пределдик өтүү жөнүндөгү теоремасында колдонулган идеяга таянуу менен Васильева А.Б. жана Иманалиев М. И. четтик функциялар методун иштеп чыгышкан [10-26]. Аталган окумуштуулар жана алардын окуучулары тарабынан бул метод ар тараптуу өнүктүрүлгөн [24-27, 29]. Изилденген методдун кадимки дифференциалдык жана айрым туундулуу теңдемелерге колдонулушу жогорку деңгээлде эффективдүү метод болгон.

Экспоненциалдык өзгөрүү мүнөздүү четтик катмар тибиндеги функцияларды камтыган сингулярдуу дүүлүккөн параболалык маселелердин асимптотикалык чыгарылышы тургузулган [30- 38] эмгектер.

[30-31]- иштери чыгарылыштын асимптотикалык көргөзүлүшүнө арналып, ал эми [32-33]- иштеринде четтик катмар тибиндеги асимптотика тургузулуп жана тургузулган чыгарылыштын асимптотикасы параболалык четтик катмар тибиндеги функцияны камтыйт.

Олуттуу маселелер жылмакай эмес областта каралып жаткан сингулярдуу дүүлүккөн маселелерди изилдөөдө ортого келип чыгат. Мындай учурда областтын аймагында бурчтук чекиттердин, кошумча четтик катмарлардын келип чыгышынын негизинде асимптотикалык анализ жүргүзүү кыйла оор. Вишик-Люстерник-Васильев-Иманалиевдердин методунун идеясынын негизинде Бутузов В. Ф. бурчтук четтик функциялар методун иштеп чыккан [15,39,42]. Бутузов В. Ф. методунун алгоритми жогоруда аталган кыйынчылыктарды жылмакай эмес чектүү маселелердин кеңири классы үчүн жокко чыгарат. Сингулярдуу дүүлүккөн параболалык маселелердин мезгилдүү чыгарылышынын асимптотикасын тургузуу үчүн Васильев А. Б. жана анын окуучуларынын иштери арналган [40-41].

Жогоруда аталган методдор, демейде сингулярдуу дүүлүккөн тендемелердин белгилүү гана классына колдонулат. Методдун каралып жаткан шарттарына жараша бул класс чектик системанын негизинде бөлүнүп алынат. Мисалы: Вишик-Люстерник-Васильев-Иманалиевдердин методу экспоненциалдык четтик катмарлуу маселелерде колдонулат. Маселеге жооп берген чектер пределдик оператордун спектринин ачык жарым тегиздикте жайгашуусунун шарттарына карата болот. Бул чектер термелүү процесстерин баяндаган сингулярдуу дүүлүккөн маселелердин кеңири жана маанилүү классын кароону чектейт. Термелүү тибиндеги маселелерге демейде Крылов-Боголюбов-Митропольскийдин ортолоштуруу методу колдонулуп келе жатат[43]. Жогоруда аталган методдордун ар биринин максаты жакындаштырылган чыгарылышты табуу болгонуна карабастан, мындай методдор так чыгарылышты алуу үчүн кандай шарттар керек экендигин изилдебейт. Ар бир методдун максаты

$$\left\| y\,(t,\epsilon) - y_{\epsilon,N}(t) \right\| < c\epsilon^{N+1}, (0.0)$$

баалоосун канааттандырган $y_{\epsilon,N}(t)$ жакындаштырылган чыгарылышынын асимптотикалык аппроксимациясын түзүү болуп эсептелинет. Бул жерде $y\,(t,\epsilon)$ − сингулярдуу дүүлүккөн маселенин так чыгарылышы ($y\,(t,\epsilon)$ −так чыгарылыш тургузулбайт, жөн гана анын жашашы далилденет). Демейде (0.0)-дагы c турактуусу аппроксимациянын тартиби Nден көз каранды. c турактуусу Nдин өсүшү менен бирге өсүшү мүмкүн, ошондуктан жакындаштырылган чыгарылыш $y_{\epsilon,N}(t)$, N чексизге умтулганда так чыгарылышка умтулбайт. Жогоруда аталган методдордо $N \to +\infty$ учурда $y_{\epsilon,N}(t) \to\ y\,(t,\epsilon)$ каралган эмес[44].

1960-жылдарда сингулярдуу дүүлүккөндөрдүн теориясында Ломовдун регуляризациялоо методу өнүүгө баштаган [8]. Аталган методдун максаты сингулярдуу дүүлүккөн маселердин спектиринин жайгашуусуна карабастан бардык түрүнө колдонуу болгон. Методдун негизинде сингулярдуу дүүлүккөн маселерге өзгөрмө операторлордун спектрдык теориясы жана асимптотикалык катар түшүнүгү жатат.

Сингулярдуу дүүлүккөн маселер үчүн регулярлоо методу [45-48] иштеринде оператордук жана абстракттык, гильберт мейкиндигиндеги теңдемелер үчүн баяндалган.

Өзгөчө кызыкчылык жараткан маселелердин бири стабилдүү эмес спектрлүү маселелер. A(t) спектиринин чекиттери t маанилеринде ар кандай өзгөчөлүктөргө ээ болгон учуру. Мисалы: Спектирдин ар башка чекиттери кесилишкен учуру же болбосо нөлгө айланган учуру. Стабилдүү эмес спектрлүү маселелер көптөгөн авторлор тарабынан ар тараптуу изилденген [49]. Регулярлоо методу менен кадимки дифференциалдык тендемелер изилденген [50-54].

Стабилдүү спектр шарттарында сызыктуу эмес кадимки дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн регулярлоо методу биринчи жолу Сафонов В. Ф. тарабынан иштелип чыккан [55,56]. Кийинки иштеринде [57-61] аталган методду өнүктүргөн. Регулярлоо методунун интегралдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелерге жалпылаштыруу [62-66] иштеринде аткарылган.

Буга чейин регулярлоо методунун позициясында сингулярдуу дүүлүккөн параболалык маселелер [8] жана башка иштерде каралган. Аталган иштерде ε кичине параметри убактылуу туундунун алдында турат жана $\varepsilon \to 0$ элипптикалык дифференциалдык оператордун спектри бар. Ломовдун методу ар түрдүү сингулярдуу дүүлүккөн параболалык маселелерге кичине параметр көбөйтүүчү катары убакыт боюнча туундусуна кирген учурларына жалпыланган [67-70]. Мындай жалпылоо пределдик оператордун спектри боюнча аткарылат. Бирок теориялык жана практикалык жактан сингулярдуу дүүлүккөн маселелердин спектри болбогон учуру кызыкчылыктарды жаратат. Ломов С. А. өзүнүн [8] монографиясында сингулярдуу дүүлүккөн параболалык маселесинин пределдик операторунун спектри болбогон учурунда регулярланган асимптотикалык чыгарылышын тургузуу маселесин ортого койгон. Ломов С. А. тарабынан коюлган экинчи маселе бурчтук чекиттери бар болгон областта параболалык типтеги кичине параметрлүү айрым туундулуу дифференциалдык теңдеме үчүн биринчи четтик маселенин чыгарылышынын регулярланган асимптотикасын тургузуу болгон.

ЭКИНЧИ БӨЛҮМ

2.1 Дүүлүккөндүк

Кичине параметрдин даражасына карата түзүлгөн катар дүүлүккөн теңдеменин чыгарылышына жыйналса дүүлүккөндөр теориясынын катары деп аталат. Дүүлүккөндүк теориясы – кичине параметр боюнча ажыратууга негизделген маселени чыгаруу методу. Бул метод дүүлүкпөгөн маселелердин чыгарылышы нөлдүк кичине параметрге дал келген менен катар эле $\varepsilon \neq 0$ болгон дүүлүккөн маселелрдин катарын, итераттык чыгарылышын изилдейт[71].

Дүүлүккөндүк теориясынын негизги максаты, параметрди камтыган кадимки дифференциалдык теңдемелердин асиптотикалык чыгарылышын тургузуу мүмкүнчүлүгүнүн болуусу. φ_1, φ_2. . . асимптотика мүчөлөрүн канааттандырган дифференуиалдык теңдемелер, шарт боюнча берилген теңдемелерге караганда алда канча жеңил, ал эми асимптотикалык ажыратуу касиети асимптотикалык катарлар көп учурда жыйналбастыгына карабастан, кичине параметр ε үчүн, чыгарылышты эффективдүү түрдө изилдейт [72].

Кээ бир чектелген маселелердин тобу гана, так чыгарылышка ээ, ошондуктан баардык маселеге кичине параметрди колдонуу менен, чыгарылыштын бир же бир нече мүчөлөрүн табуу үчүн жөнөкөйлөтүлгөн баяндамасын табуу колдонулат. Кичине параметр маселеде жок учурда, аны чыгаруу ыңгайлуу болуш үчүн атайын жасалма түрдө параметр кошулуп алынат. Татаал маселелрде, теңдемени биринчи жеңилдетип алып, анан гана мындай тривиалдык эмес жөнөкөйлөтүүдөн кийин гана кичине параметрди бөлүп аны колдонуу керек.

Дүүлүккөндүк, математикада, физикада, механикада, химия жана техникадагы маселелерди чыгарууда кеңири таралган. Мисалы, асман механикасы, кванттык механикадагы дүүлүккөндүк теориясы, классикалык механикадагы кыймылдын туруктуулук маселеси, кванттык талаа теориясындагы дүүлүккөндүк ж.б.

Бул терминдин физикалык аталышы асман механикасынан келген. Дүүлүгүү теориясы бул областта эки-үч жүз жылдык убакыт боюу өнүгүп келип, жалпы эффективдүүлүгү менен кенен колдонулуп келет. Асман механикасында кичине параметр катары $\varepsilon = \frac{m_1}{m}$, m_1 планетасынын массасынын күндүн массасына болгон катышын көрсөтөт [73]. Асман алкактарынын кыймылын изилдөөдө бул теориянын жардамы менен чыгарылуучу эң жөнөкөй маселени карайлы. Баарыбызга белгилүү Планеталардын күндүн айланасындагы дүүлүкпөгөн кыймылы баарыбызга белгилүү (Кеплер маселеси же эки алкактын маселеси) Бирок, биринчи жакындоодо бул күчтөрдү $t = 0$ болгондогу оскулирленген элементтердин маанисине жооп берген орбитанын турактуу элементтери менен чыгарууга болот. Башка учурда дүүлүгү күчтөрдүн таасирин Кеплер законун канааттандырган, баштапкы кыймылдагы эллипстин күчтөрдүн таасири астында болот. Эгерде оскулирленген элемент орбитанын элементи катары тандалса, анда бул жакшы жакындатуу, себеби реалдуу кыймыл процессинде өзгөртүү бул анча чоң эмес (дүүлүгү күчүнө пропорционалдуу).

Кийинки кадамда, берилген дүүлүгү күчтөрү менен, орбитанын жаңы элементтерин табууга болот жана кайрадан дүүлүккөндүк күчтөрүнө койу менен улантылат. Натыйжада катар алынат. Аналитикалык түрдө төмөнкүдөй болот.

Алкактардын системасынын кыймылы, каноникалык түрдө төмөнкүдөй болот [74]:

$$\dot{q}_a = \frac{\partial H}{\partial p_a},$$

$$\dot{p}_a = -\frac{\partial H}{\partial q_a}, \qquad a=1,\ 2, \ldots, n \tag{2.1}$$

q_a, p_a – жалпыланган координат жана импульс

$$H = H_0(q, p) + H_1(q, p, t) \tag{2.2}$$

H_0 – дүүлүкпөгөн Гамильтон функциясы,

$p, q - q_a, p_a -$ лардын жыйындысы,

$H_1 -$ дүүлүккөндүк(башка планеталар менен болгон өз ара аракет),

Дүүлүкпөгөн маселени ($H_1 = 0$ болгондо) чыгаруу төмөнкүдөй болот:

$$\begin{aligned} q_a &= q_a(\alpha_j, \beta_j, t), \\ p_a &= p_a(\alpha_j, \beta_j, t), \end{aligned} \quad j = 1, \dots, n \tag{2.3}$$

$\alpha_j, \beta_j -$ эркин турактуулар.

Дүүлүккөндүктү эске алуу менен

α_j жана $\beta_j -$ убакыт функциясы болуп калат.

$$\dot{\alpha}_j = \frac{\partial H_j}{\partial \beta_j}, \qquad \dot{\beta}_j = -\frac{\partial H_j}{\partial \alpha_j}, \tag{2.4}$$

Жогорудагы маселеге форма берсе болот:

$$\dot{x}_k = \varepsilon f_k(x, \dots, x_{2n}; t) \tag{2.5}$$

$k = 1, \dots, 2n$

Мында, дүүлүккөндүктү камтыган ε кичине параметр көрсөтүлөт. Ыңгайлуу озгөртүп түзүүнү колдонуу менен баштапкы шартты нөлдүк кылып:

$$x_k(0) = \dot{x}_k(0) = 0$$

Чыгарылышты ε боюнча катар түрүндө издөө ыңгайлуу:

$$x_k(t) = x_k^{(0)} + \varepsilon x_k^{(1)} + \dots; \tag{2.6}$$

$$\dot{x}_k(t) = \dot{x}_k^{(0)} + \varepsilon \dot{x}_k^{(1)} + \dots;$$

(2.5), (2.6) маселелерден ε дун бирдей даражасындагы элементтерди теңдештирүү менен төмөнкүнү алабыз:

$$\dot{x}_j^{(1)} = f_j(0,0,\dots,0;t);\ x_j^{(1)} = \int_0^t \dot{x}_j^{(1)} dt; \tag{2.7}$$

$$\dot{x}_j^{(2)} = \sum_{k=1}^{2n} x_k^{(1)} \left(\frac{\partial}{\partial x_k} f_j(x_1, \dots, x_{2n}; t) \right)_{x=0};$$

$$x_j^{(2)} = \int_0^t \dot{x}_j^{(2)} dt$$

ж.б. у.с.

Бул мисалдардын негизинде дүүлүккөн процесстер дүүлүкбөгөн процесстердин анча маанилүү эмес өзгөрүшүнө алып келет, түшүнүгүн жаратышы мүмкүн. Бирок мындай түшүнүк регулярдуу дүүлүккөндөр үчүн гана туура.

Математикалык дүүлүккөндүк кичине же болбосо чоң параметрлердин жардамы менен баяндалат.

2.2 Сингулярдуу дүүлүккөндүк

Мейкиндик алкагында же процестердин системасында кыймылдын ылдамдыгын мүнөздөөчү физикалык объекттердин математикалык моделин тургузууда, көп учурда кичине параметрди камтыган маселелер алынат. Бул учурда, эгерде математикалык моделди жөнөкөйлөтүү менен, кичине параметрди нөлгө барабарлап, алынган маселени чыгарсак, анда баштапкы объекттин моделинин чыгарылышна жакын чыгарылышты алабызбы, суроосу келип чыгат.

Мейли, математикалык модел, каалагандай D аймагында өзгөрмөлөрдүн өзгөрүүсү, төмөнкү теңдеме менен баяндалсын:

$$L_\mu u = 0, \tag{2.8}$$

Мында L_μ-оператору μ-кичине параметринен көз каранды. Бул маселенин чыгарылышын u_μ менен белгилейбиз. μ-кичине параметрин нөлгө барабарлап (б.а. $\mu = 0$), туюндурулган теңдеме $L_0 u = 0$ алабыз, анын чыгарылышы u_0-менен белгиленет.

Маселе (2.8) регулярдуу дүүлүккөн деп аталат, эгерде туюндурулган теңдеме $L_0 u = 0$ нин чыгарылышы u_0 D аймагында u_μ чыгарылышы үчүн бир калыпта жакындайт. Тескери учурда (2.8) маселе сингулярдуу дүүлүкккөн маселе деп аталат.

Тихоновдун 1-теоремасында айтылган $\lim\limits_{\mu \to +0} y(x, \mu\,) = y_0(x)$ пределдик өтүүсү, $0 \le x \le$ H аралыгында мааниге ээ. Мында H-айрым турактуу, көрсөтүлгөн көптүктө, аталган пределдик өтүү $x \in [0, \mathrm{H}]$ карата бир калыпта болот. Демек, регулярдуу дүүлүгүү учурунда вырожденный теңдеменин чыгарылышы так чыгарылыш үчүн жакындатылган кесиндиде бир калыпта. Бирок, сингулярдуу дүүлүгүү учурунда мындай эмес, бул учурда вырожденный теңдеменин чыгарылышы так чыгарылышка таптакыр жакындабайт.

Жогорку туундулуу кичине параметрди камтыган теңдемелер системасын карайлы. Төмөнкү Коши маселеси үчүн $z(x,\mu)$ жана $y(x,\mu)$ функцияларын табуу керек.

$$\begin{cases} \mu \frac{dz}{dx} = F(z,y,x) \\ \frac{dy}{dx} = f(z,y,x) \end{cases} \tag{2.9}$$

$$z(0,\mu) = z^0, \qquad y(0,\mu) = y^0$$

Мында $\mu > 0$ кичине параметр.

Бул учурда теңдеменин оң жак бөлүгү $\frac{dz}{dx} = \frac{1}{\mu}F(z,y,x)$, регулярдуу дүүлүккөн эмес.Формалдуу түрдө $\mu = 0$ деп, (2.9) маселеден, дүүлүкпөгөн (вырожденный) система алабыз.

$$\begin{cases} 0 = F(z,y,x) \\ \frac{dy}{dx} = f(z,y,x) \end{cases} \tag{2.10}$$

Теңдемелер системасынын биринчи теңдемеси – z карата алгебралык б.а. дифференциалдык эмес. Ал чыныгы чыгарылышка ээ деп эсептейли - $z_i = \varphi_i(y,x)$, $i = 1,2,3,..,p$, б.а. $|z - \varphi_i(y,x)| \leq d$ –чегинде бул теңдеменин башка чыгарылышы жок.

Мейли $\bar{z} = \varphi(\bar{y},x)$ –(2.10) системанын тамырларынын бири болсун. $\overline{y(x)} \equiv y(x,0)$ белгилеп, төмөнкү туюндурулган теңдемесин алса болот.

$$\begin{aligned} &\frac{d\bar{y}}{dx} = f(\varphi(\bar{y},x),\bar{y},x) \\ &\bar{y}(0) = y^0 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Тихоновдун теоремасы боюнча [75],

Мейли:

1) $F(z,y,x)$, $f(z,y,x)$, $F_z{}'$, F_y', f_z', f_y' – функциялары,
(z,y,x): $G = \bar{D}$xZ, (y,x) $\in \bar{D}$, $z \in Z$ кээ бир үч аймакта үзгүлтүксүз;

2) Функция $\varphi(y,x), \varphi_y' \in C(\bar{D})$;

3) (4) –теңдеменин чыгарылышы $y = \bar{y}(x)$ $0 \leq x \leq H$ сегментинде жашайт;

4) $\bar{D}$ б. а. $\left.\frac{\partial F}{\partial z}\right|_{z=\varphi(\bar{y},x)} < 0$ аймагында $\varphi(y,x)$ тамыры туруктуу;

5) Баштапкы маани z^0, $F(z^0, y^0, 0) = 0$ теңдемесинин $\varphi(y^0, x)$туруктуу тамырдын таасири астындагы аймака тиешелүү б.а. эгерде $\varphi_1(y,x)$ жана $\varphi_2(y,x)$ -$\varphi(y,x)$ тин үстүдөн жана астыдан, жакынкы тамырлары болсо, анда баштапкы маани z^0, $(\varphi_1(y^0,x);\varphi_2(y^0,x))$ интервалында жатышы керек. Ал $\varphi(y,x)$ тамырдын таасир аймагы (же тартылуу аймагы);

Анда:

1) $0 \le x \le H$ сегментинде аныкталган (2.8) маселенин чыгарылышы $z(x,\mu), y(x,\mu)$жашайт.
2) төмөнкү пределдик өтүү орун алат:

$$\lim_{\mu\to+0} y(x,\mu) = \bar{y}(x)\,,$$
$$\lim_{\mu\to+0} z(x,\mu) = \varphi(\bar{y}(x),x),$$

Мында $\bar{y}(x)$-(2.10) вырожденный тендеменин чыгарылышы.

Кичине параметр катышкан, дифференциалдык теңдемелердин чыгарылышы чекттик катмарлардын болушун мүнөздөгөн теңдемелер, жөнөкөй сингулярдуу дүүлүккөн маселелердин мисалдары боло алат. Бул маселелерди чыгарууда негизги маселе бул $u_\varepsilon(x)$-тин жакындатылган чыгарышын тургузуу болуп эсептелет, ошондой эле бул учурда четтик катмар бар же жок учурда б.а. баардык бир калыптагы x өзгөргөн аймакта каралат.

2.3 Асиптотикалык метод жана регулярлоо

Эгерде теңдеме кичине параметрди камтыса, анда тендемени чыгаруу үчүн параметрди колдонуу керек. Чындыгында көп учурда качан гана маселе кичине параметрди (же чоң параметр) камтыса, баардык стандартту методдор иштебей калат. Дал ушул учурда асиптотикалык методду колдонууга болот.

Бул термин Лапластын классикалык методун, стационардык фазалар методун, чоң параметрлерди камтыган,интегралдарды баалоо үчүн – ашуу методун, кичине параметрди камтыган дифференциалдык теңдеменин (кадимки же жекече туундулуу) чыгарылышын изилөө үчүн арналаган- четтик катмар методун,убакыт боюнча же жана мейкиндик боюнча же эркин мүчөлүү тез термелүүчү дифференциалдык, интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн – ортолотуу методун бириктирип турат [76].

Белгилеп кетүүчү нерсе, баардык классикалык методдор дайыма өнүгүү алдында турат, аларды жаңы маселелер үчүн өнүктүрүп, жакшыртып туруу зарыл. Демек асиптотикалык методдор дагы дайыма ар түрдүү маселелер үчүн өнүгүүдө.

Корректүү эмес маселелерди чыгаруу үчүн советтик математик Тихонов тарабынан жөнөкөй бирок эффективдүү метод, регулярлоо сунушталган. Бул метод чыгарылышка сандык жана сапаттык, кошумча априордук маалыматты кошуу менен негизделген. Мисалы, кээ бир y^0- векторуна максималдуу жакын жана жылмакайлыкты камтыган чыгарылышын табууга болот.

Регулярлоонун концепсиясы берилген корректүү эмес маселени, минимизация маселеси менен

$$A \cdot y + \sigma = b \tag{2.12}$$

төмөнкү функцияга алып келүү:

$$\Omega(y, \lambda) = |A \cdot y - b|^2 + \lambda \cdot |y - y^0|^2 \tag{2.13}$$

Мында λ –кандайдыр бир ыкма менен тандалган кичине оң регулярлоо параметри. Айта кетчүү нерсе, эгерде дискреттүү эмес, үзгүлтүксүз маселени карасак б.а. y – веторунун ордуна $y(x)$ – функциясы , анда $\Omega(y(x), \lambda)$-функция эмес функционал болот. Тарыхый аталышы боюнча *Тихоновдун функционалы* [77].

$\Omega(y, \lambda)$ – функциясын кичирейтүү менен λ –параметринен көз каранды болгон, $y(\lambda)$ –регулярланган чыгарышты алууга болот. (2.13) - маселенин мааниси так көрүнүп турат: кичине $\lambda \sim 0$ үчүн изделген $\Omega(y, \lambda)$ –берилген маселеге жакын, ал эми чоң λ үчүн маселе туура коюлган бирок анын чыгарылышы берилген маселенин чыгарылышына жакын эмес. Демек, регулярлоо параметри канчалык чоң болсо, чыгарылыш ошончолук априордук баалоо y^0 гө жакындайт.

Маселе сызыктуу болгон учурда минимизация маселеси $\Omega(y, \lambda)$ –төмөнкү сызыктуу алгебралык теңдемелер системасына эквиваленттүү

$$(A^T \cdot A + \lambda \cdot \mathrm{I}) \cdot y = A^T \cdot B + \lambda \cdot y^0$$

Белгилеп кетчүү нерсе, регулярлоо методу (2.12)- корректүү эмес маселени чыгарууда маселенин сызыктуулугунан, шарттуу-корректүү жеке жана туруктуу маслеге алып келүүдө колдонулду.

Үчүнчү бөлүм

3.1 Маселенин коюлушу

1. Магистрдик диссертацияда төмөндөгүдөй маселе каралат:

$$L_\varepsilon \equiv \partial_t u - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2 u - u^2(x,t,\varepsilon) = 0, \qquad (x,t) \in \Omega \quad (3.1)$$

$$u|_{t=0} = h(x), \quad u|_{x=0} = 0,$$

Мында $\varepsilon \to 0$ – кичине параметр, $\Omega = \{(x,t): x \in (0,\infty), t \in (0,T]\}$.

Жогорудагы маселе төмөнкү шарттар аткарылганда чыгарылат:

1. $\partial_t V = V^2(x,t),\ V(x,0) = h(x)$ туйундурулган теңдемеси үчүн жылмакай Коши маселеси жашайт.
2. $a(x) > 0, \forall x \in [0,\infty)$ функциясы жана $a(x) \in C^\infty[0,+\infty)$;
3. $h(0) = 0$ баштапкы жана чектик шарттары макулдашылган;

Жогорудагы тендеме кичине параметрди камтыган учурда, тендемени чыгаруу үчүн параметрди колдонуу керек. Чындыгында көп учурда качан гана маселе кичине параметрди (же чоң параметр) камтыса, баардык стандартту методдор иштебей калат. Дал ушул учурда асиптотикалык методду колдонууга болот.

3.2 Маселени регулярлоо

(3.1) маселени регулярлоо үчүн регулярлоочу көз карандысыз өзгөрмөлөрү киргизилет:

$$\tau = \frac{t}{\varepsilon}, \qquad \xi = \frac{\varphi(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}, \qquad \varphi(x) = \int_0^x \frac{ds}{\sqrt{a(s)}} \tag{3.2}$$

жана бул өзгөрмөлөрдү (x,t) өзгөрмөлөрү менен катар изделип жаткан $\tilde{u}(M,\varepsilon)$, $M = (x,t,\xi,\tau)$ функциясы киргизилет. Кеңейтилген $\tilde{u}(M,\varepsilon)$ функциясынын тарытылышы регулярлоо өзгөрмөлөрүнүн негизинде изилденип жаткан чыгарылышка туура келгендей киргизилет.

$$\tilde{u}(M,\varepsilon)|_{\eta=\psi(x,t,\varepsilon)} \equiv u(x,t,\varepsilon), \quad \eta = (\tau,\xi), \quad \psi(x,t,\varepsilon) = \left(\frac{t}{\varepsilon}, \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right) \tag{3.3}$$

(3.2) маселени эсепке алуу менен (3.3) маселеден туундуларды табабыз:

$$\partial_t u \equiv \left(\partial_t \tilde{u} + \frac{1}{\varepsilon}\partial_\tau \tilde{u}\right)_{\eta=\psi(x,t,\varepsilon)}$$

$$\partial_x u = \left(\partial_x \tilde{u} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^3}}\varphi'(x)\partial_\xi \tilde{u}\right)_{\eta=\psi(x,t,\varepsilon)},$$

$$\partial_x^2 = \left(\partial_x^2 u + \left(\frac{\varphi'(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}\right)^2 \partial_\xi^2 \tilde{u} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^3}} L_1 \tilde{u}\right)_{\eta=\psi(x,t,\varepsilon)},$$

$$L_1 = 2\varphi'(x)\partial_{x\xi}^2 + \varphi''(x)\partial_\xi \tag{3.4}$$

(3.1), (3.3), (3.4) негизинде $\tilde{u}(M,\varepsilon)$ кеңейтилген функциясы үчүн төмөндөгүдөй маселе коюлат:

$$\tilde{L}_\varepsilon\tilde{u} = \partial_t\tilde{u} + \frac{1}{\varepsilon}\partial_\tau\tilde{u} - \varepsilon^2 a(x)\left[\partial_x^2\tilde{u} + \left(\frac{\varphi'(x)}{\sqrt{\varepsilon^3}}\right)^2\partial_\xi^2\tilde{u} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^3}}L_1\tilde{u}\right] - \tilde{u}^2(M,\varepsilon) = \partial_t\tilde{u} +$$

$$\frac{1}{\varepsilon}\partial_\tau\tilde{u} - -\varepsilon^2 a(x)\partial_x^2\tilde{u} - \frac{a(x)\left(\varphi'(x)\right)^2}{\varepsilon}\partial_\xi^2\tilde{u} - \sqrt{\varepsilon}a(x)L_1\tilde{u} - \tilde{u}^2(M,\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon}\left(\partial_\tau\tilde{u} - \partial_\xi^2\tilde{u}\right) -$$

$$-\sqrt{\varepsilon}a(x)L_1\tilde{u} - \tilde{u}^2(M,\varepsilon) + \partial_t\tilde{u} - \varepsilon^2 a(x)\partial_x^2\tilde{u}$$

$$L_\xi = a(x)L_1;$$

$$L_x = a(x)\partial_x^2;$$

Белгилөөлөрдү жүргүзүп ордуна койу менен төмөнкүдөй теңдеме алынат:

$$\widetilde{L_\varepsilon}\tilde{u} \equiv \frac{1}{\varepsilon}\left(\partial_\tau\tilde{u} - \partial_\xi^2\tilde{u}\right) - \sqrt{\varepsilon}L_\xi\tilde{u} - \tilde{u}^2(M,\varepsilon) + \partial_t\tilde{u} - \varepsilon^2 L_x\tilde{u} = 0$$

$$\tilde{u}|_{t=\tau=0} = h(x), \quad \tilde{u}|_{x=\xi=0} = 0 \qquad (3.5)$$

$$L_\xi \equiv a(x)L_1\,,\; L_x = a(x)\partial_x^2$$

Бул жерде төмөнкү теңдештик аткарылат:

$$\widetilde{L_\varepsilon}\tilde{u}(\mathrm{M},\varepsilon)|_{\eta=\psi(x,\varepsilon)} \equiv L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon) \qquad (3.6)$$

Кеңейтилген (3.5) – маселе, эгерде $\varepsilon \to 0$ болсо ε боюнча регулярдуу болот, ошондуктан мындай түрдөгү маселелер төмөнкүдөй катар түрүндө изделет:

$$\tilde{u}(M,\varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty}\left(\sqrt{\varepsilon}\right)^i u_i(M) \qquad (3.7)$$

3.3 Итераттык маселелерди чыгаруу

(3.7) Катарды (3.5) маселеге коюп, ε бирдей даражадагы коэффициенттерин барабарлоо менен, коэффициенттер үчүн төмөнкү итераттык маселелер алынат.

$$\varepsilon^0 \qquad Tu_0(M) \equiv \partial_\tau u_0 - \partial_\xi^2 u_0 = 0,$$

$$\varepsilon^1 \qquad Tu_1(M) = 0,$$

$$\varepsilon^2 \qquad Tu_2(M) = u_0^2(M) - \partial_t u_0, \tag{3.8}$$

$$\varepsilon^3 \qquad Tu_3(M) = 2u_0 u_1(M) - \partial_t u_1 + L_\xi u_0,$$

…………………………………………..

$$\varepsilon^i \qquad Tu_i(M) = -\partial_t u_{i-2} + 2u_0(M)u_{i-2}(M) + P(u_1, \dots, u_{i-3}) + L_3 u_{i-3} + L_x u_{i-5}$$

$$u_0|_{t=\tau=0} = h(x), \qquad u_i|_{t=0} = 0 \; \forall \, i \geq 1, \quad u_i|_{x=0,\xi=0} = 0$$

(3.8) маселенин $i = 0{,}1$ болгон учурдагы чыгарылышы

$$u_\nu(M) = V_\nu(x,t) + C_\nu(x,t)\,erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right), \quad \nu = 0{,}1. \tag{3.9}$$

Түздөн-түз бул функциянын $i = 0{,}1$ болгон учурда, (3.8)теңдемеге коюп, теңдемени канааттандырат экенин байкайбыз. Четтик шарттары төмөнкү теңдештиктерди берет:

$$V_0(x,0) = h(x), \quad V_1(x,0) = 0, \quad C_\nu(x,0) = C_\nu^0(x),$$

$$C_\nu(0,t) = -V_\nu(0,t), \qquad \nu = 0{,}1. \tag{3.10}$$

$$\lim_{\tau\to 0} erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right) = 0,$$

экендигинен улам, баштапкы $C_\nu(x,0)$ функциясы үчүн каалагандай $C_\nu^0(x)$ функциясы алынат.

Кийинки кадамда ушул эле (3.8) теңдеменин $i = 2$ болгон учурун карайбыз. Анда ордуна койулардан улам (3.9), теңдеменин оң жагы төмөнкүдөй болот:

$$F_2(M) = -\partial_t V_0 - \partial_t C_0(x,t) erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right) + V_0^2(x,t) +$$

$$+2V_0(x,t)C_0(x,t)erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right) + \left(C_0(x,t)erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right)\right)^2$$

$$\partial_t V_0(x,t) = V_0^2(x,t),$$

$$\partial_t C_0(x,t) = 2V_0(x,t)C_0(x,t), \qquad (3.11)$$

деп алсак, анда $F_2(M)$ функциясы төмөнкүчө болот:

$$F_2(M) = -V_0^2(x,t) - 2V_0(x,t)C_0(x,t)erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right) + V_0^2(x,t) +$$

$$2V_0(x,t)C_0(x,t)erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right) + \left(C_0(x,t)erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right)\right)^2 = \left(C_0(x,t)erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right)\right)^2 ,$$

б.а.

$$F_2(M) = \left(C_0(x,t)erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right)\right)^2;$$

1) шартты эске алсак, (3.10) жана (3.11) маселе чыгарылышка ээ, бул маселелерден аныктайбыз:

$$V_0(x,t) \text{ и } C_0(x,t) = C_0^0(x)B(x,t), \quad B(x,t) = exp(2\int_0^t V_0(x,s)ds)$$

$i = 2$ болгон учурда (3.8) теңдеменин чыгарылышы төмөнкүдөй функция болот:

$$u_2(M) = V_2(x,t) + \omega_2(M), \tag{3.12}$$

эгерде $\omega_2(M)$,

$$\partial_\tau \omega_2 = \partial_\xi^2 \omega_2 + \left(C_0(x,t)erfc(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}})\right)^2$$

чыгарылышы болсо, анда жогорудагы теңдеменин чыгарылышы төмөнкү функция болот:

$$\omega_2(M) = C_2(x,t)erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right) + \tag{3.13}$$

$$+\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\int_0^\tau\int_0^\infty \left(C_0(x,t)\right)^2 \frac{\left(erfc\left(\frac{y}{2\sqrt{\mu}}\right)\right)^2}{\sqrt{(\tau-\mu)}}\left[\exp\left(-\frac{(\xi-y)^2}{4(\tau-\mu)}\right)\right.$$

$$\left. - \exp\left(-\frac{(\xi+y)^2}{y(\tau-\mu)}\right)\right]dyd\mu,$$

Бул жерде ([78] –боюнча)

$$|\omega_2(M)| < c\exp\left(-\frac{\xi^2}{8\tau}\right)$$

баалоосу аткарылат.

$i = 2$ болгондогу (3.8) четтик шарттары менен (3.13) эсепке алуу жана (3.12) функциясын канааттандыруу менен алабыз:

$$V_2(x,0) = 0, \quad C_2(x,0) = C_2^0(x), \quad C_2(0,t) = -V_2(0,t), \tag{3.14}$$

Мында $C_2^0(x) -$ каалаган функция.

Кийинки кадамда (3.8) итерациалык маселени $i = 3$ болгон учурун карайбыз, бул учурда бош мүчөгө ээ:

$$F_3(M) = 2u_0(M)u_1(M) - \partial_t u_1(M) + L_\xi u_0(M) =$$

$$= 2\left[V_0(x,t) + C_0(x,t)erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right)\right]\left[V_1(x,t) + C_1(x,t)erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right)\right] -$$

$$-\left[\partial_t V_1 + \partial_t C_1(x,t)erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right)\right] +$$

$$+a(x)[2\varphi'(x)\partial_x C_0(x,t) + \varphi''(x)C_0(x,t)]\partial_\xi\left(erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right)\right).$$

$i = 3$ болгондогу (3.8) теңдемени чыгарыла тургандыгын камсыздоо менен:

$$\partial_t V_1 = 2V_0(x,t)V_1(x,t),$$

$$\partial_t C_1(x,t) = 2V_0(x,t)C_1(x,t) + V_1(x,t)C_0(x,t) \tag{3.15}$$

$$2\varphi'(x)\partial_x C_0(x,t) + \varphi''(x)C_0(x,t) = 0.$$

Биринчи теңдеме нөлдүк баштапкы шарттарда чыгарылышы бар болгондуктан, тривиалдык чыгарылышка ээ. Экинчи теңдемеде баштапкы шарттар $V_1(x,t)$ аркылуу көрсөтүлгөндүктөн, экинчи теңдеме дагы нөлдүк чыгарылышка ээ болот, анда $u_1(M)=0$ алабыз.

$C_0(x,t)$ маанисин үчүнчү теңдемеге койуп:

$$2\varphi'(x)\frac{dC_0^0}{dx}B(x,t) + \varphi''(x)\partial_x B(x,t)C_0^0(x) = 0,$$

$C_0^0(0) = -B^{-1}(0,t)V_0(0,t),$

баштапкы шарттары менен жогорудагы теңдемени чыгаруу менен

$C_0^0(x)$ табабыз, жана анын жардамы менен $C_0(x,t)$ аныкталат.

(3.15) негизинде бош мүчө $F_3(M)$ төмөнкүчө болот:

$$F_3(M) = 2C_0(x,t)C_1(x,t)\left(erfc\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau}}\right)\right)^2,$$

Бул бош мүчө үзгүлтүксүз дифференцирленүүчү чыгарылыштардын тобунда $i=3$ болгондогу (3.8) теңдеменин чыгарылышынын бар экендигинин камсыздайт. Чыгарылыш (3.12), (3.13) түрүндө көрсөтүлөт.

Кийин, ушундай эле жол менен $u_3(M)=0$ экендигин көрсөтүүгө болот жана дээги эле (3.7) катардын баардык жуп коэффициенттери $u_{2i+1}(M)=0.$

Ушул эле процессти улантуу менен айрым сумманын бардык коэффициенттерин таап алабыз.

$$u_{\varepsilon,n}(M) = \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^n u_{2i}(M) \tag{3.16}$$

3.4 Калдык мүчөнү баалоо

(3.16) бөлүктөп суммалоонун кысылышы, (3.6) регулярлоонун зарыл шарттарынын негизинде $\xi = \frac{\varphi(x)}{\varepsilon}$, регулярлоочу функциясы (3.1) маселенин формалдуу асимптотикалык чыгарылышы.

$u_{\varepsilon,n}(M)$ функциясы үчүн (3.8) эске алуу менен (3.17) маселе алынат.

$$\tilde{L}_\varepsilon u_{\varepsilon,n}(M) = f(x,t) + \varepsilon^{n+1} g_n(M), \tag{3.17}$$

Мында $g_n(M)$ каалагандай $n=0,1,2,\dots$ үчүн изилденүүчү аралыкта ε боюнча бир калыпта чектелген жана M боюнча үзгүлтүксүз. (3.17) кысуу менен, (3.6) эске алып (3.18) маселеге ээ болобуз:

$$L_\varepsilon u_{\varepsilon,n}\left(x,t,\frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right) = f(x,t) + \varepsilon^{n+1} g_n\left(x,t,\frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right),$$

$$u_{\varepsilon,n}\left(x,t,\frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)\Big|_{\,t=0} = h(x),\;\; u_{\varepsilon,n}\left(x,t,\frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)\Big|_{\,x=0} = 0. \tag{3.18}$$

(3.1), (3.18) маселелерден улам, калдык мүчө $R_n(x,t,\varepsilon) = u(x,t,\varepsilon) - u_{\varepsilon,n}\left(x,t,\frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)$ үчүн төмөнкү маселе алынат:

$$L_\varepsilon R_n(x,t,\varepsilon) = -\varepsilon^{n+1} g_n\left(x,t,\frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right), R_n(x,t,\varepsilon)|_{\,t=0} = \; R_n(x,t,\varepsilon)\,|_{\,x=0} = 0.$$

Биздин божомолдоолор боюнча, $g_n\left(x,t,\frac{\varphi(x)}{\varepsilon}\right)$ функциясы ε боюнча бирдей калыпта чектелген жана *x, t* боюнча үзгүлтүксүз, изилденүүчү область каалагандай *n=0,1,2,…* үчүн. Калдык мүчөнү баалоо үчүн төмөнкү теорема аткарылат.

Т е о р е м а. *Мейли 1)-3) –шарттары аткарылсын. Анда кичине параметр $\varepsilon>0$ үчүн төмөнкү баалоо орун алат:*

$$|R_n(x,t,\varepsilon)| < c\,\varepsilon^{n+1}, \ \ \forall\, n = 0,1,2,\dots$$

ЖЫЙЫНТЫК

Бул дипломдук иште, сызыктуу эместикти камтыган парабола тибиндеги дифференциалдык теңдемелердин чыгарылышынын асиптотикасы каралган. Мындай маселелерде, жекече туундулардын астында кичине параметр болгон учурда, асиптотикалык чыгарылышы аныктоо татаалдашат.

Берилген кичине параметирлүү сызыктуу эмес дифференциалдык теңдеменин кичине параметири $\varepsilon \to 0$ умтулганда сингулярдуулуктан улам регулярлоо жүргүзүлдү. Маселени регуляризациялоо үчүн атайын өзгөрмөлөр тандалып алынып, берилген маселени кеңейтилген түргө өткөрүп изилденди. Мындай кошумча өзгөрмөлөрдү киргизүү менен катар атайын функция тандалып алынган.

Натыйжада теңдменин асимптотикасы регулярлоочу функциялардын жардамы менен тургузулду жана калдык мүчөсү бааланып, $\widetilde{L_\varepsilon}\tilde{u}(\mathrm{M},\varepsilon)|_{\eta=\psi(x,\varepsilon)} \equiv L_\varepsilon u(x,t,\varepsilon)$ негизинде, коюлган маселенин чыгарылышынын асиптотикасы $\xi = \varphi(x)/\sqrt{\varepsilon^3}$ экендиги көргөзүлдү.

КОЛДОНУЛГАН АДАБИЯТТАР

[1] Терентьев М. А. Сингулярно возмущенные задачи в случае неизолированных корней вырожденного уравнения –М. Диссертация, 2010.

[2] Prandtl L. XJber Flussigkeitsbewegung her sehr kleiner Reibung//Verk. d. III,.Int. Math. Kongr., Heidelberg, 1904. Teubner. - 1905 - P. 484-494.

[3] Тихонов А.Н О зависимости решений дифференциальных уравнений от малого параметра // Матем сб. - 1948. - 22(64), бас.2. - 193-204-б.

[4] Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения//Физматгиз- 1959.

[5] Градштейн И. С. Прямая и обратная теоремы-М. : Наука, 1973. 128б

[6] Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н. Введение в нелинейную механику- К.: Издательство Академии Наук УССР. 1937.

[7] Мищенко Е. Ф., Понтрягин Л. С. Вывод некоторых асимптотических оценок для решений дифференциальных уравнений с малым параметром при производных- Изв. АН СССР. Сер. матем., 23:5 (1959), 643–660

[8] Ломов С.А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений. - М.: Наука, 1981. 400 б.

[9] Вишик М.И., Люстерник Л.А. Регулярное вырождение и пограничный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром // УМН. 1957. Т.12, № 5. С. 3 - 122.

[10] Васильева А.Б. Асимптотика решений некоторых задач для обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной // УМН. 1963. Т.18, № 3. С. 15 - 86.

[11] Каплун (Kaplun S.) Singular perturbations of elliptic equations, I, SI AM J. Appl. Math.,1971. 20, 491—502 б.

[12] Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости- М. : Мир, 1967. 310 б.

[13] Ильин А.М. Согласование асимптотических разложений решений краевых задач-М.: Наука. Гл. ред. физ. -мат. лит. , 1989. — 336 б.

[14] Иманалиев М. И. Асимптотические методы в теории сингулярно-возмущенных интегро-дифференциальных систем-Фрунзе: Илим, 1972.

[15] Бутузов В.Ф. Угловой пограничный слой в сингулярно возмущенных задачах с частными производными //Дифф.уравнения. 1979. Т.15, бас-10, 1848-1862 б.

[16] Касымов К. А. Об асимптотике решения задачи Коши с большими начальными условиями для нелинейных уравнений, содержащих малый параметр//УМН.-1962.-Т. 17, бас-5.

[17] Liouville I. Sur le developpement des fonctions ou parties en series dont les divers termes sont assujettes a satisfaire a une meme equation differentielle du second ordre contenant une parametre variable//J. Math. Pure Appl. - 1837. - V. 2. -P. 16-35.

[18] Horn J. Uber eine lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit einem willkuriichen Parameter//Math. Ann. - 1899. - Bd 52. - P. 340-362.

[19] Алексеенко С. Н. Краевая задача для вырождающейся линеаризованной системы Навье-Стокса со стационарными характеристиками//Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. 18-бас. Фрунзе: Илим-1985, 320-337-б.

[20] Schlesinger L. Uber asymptotische Darstellungen der Losungen linearer Differential systeme als Funktionen eines Parameters // Math. Ann. - 1907. - Bd 63-P.277-300.

[21] Birkhoff G. D. On the asymptotic character of the solutions of certain linear differential equations containing a parameter // Trans. Amer. Math. Soc. - 1908. - V. 9. - P. 219-231.

[22] Trjitzinsky W.S. Theory oflinear differential equations containing a parameter //Acta Math. - 1936. - V. 67. - P. 1-50.

[23] Trjitzinsky W.I. Analytic theory of linear differential equations // Acta Math. - 1934. - V. 62. - P. 167-226.

[24] Wasow W. Asymptotic solutions of boundary value problems for the differ- ential equation . Duke Math. J. - 1944. - V. 11. - P. 405-411.

[25] Волосов В. М. , “Усреднение в системах обыкновенных дифференциальных уравнений”, УМН, 17:6(108) (1962), 3–126

[26] Иманалиев М.И. Колебание и устойчивость решений сингулярно-возмущенных интегродифференциальных систем - Фрунзе: Илим. - 1974. - 353 с.

[27] Васильева А.Б.,Бутузов В. Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений -М.: Наука, 1973. - 272 б.

[28] Бабич В.М.,Булдырев В.С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. - М.: Наука, 1972. - 456 б.

[29] Вишик М.И.,Люстерник Л.А. Регулярное вырождение и пограничный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром // УМН. - 1957. - Т.12, вып.5. 3-122 б.

[30] Исакова Е.К. Асимптотика решения дифференциального уравнения в частных производных второго порядка параболического типа с малым параметром при старшей производной // ДАН СССР. - 1957. - Т.117, бас-6. 935-938-б.

[31] Исакова Е.К. Асимптотика решения дифференциального уравнения параболического типа с малым параметром // ДАН СССР. - 1958. - Т.119, бас-6. 1077-1080 б.

[32] Треногий В.А Об асимптотике решения почти линейных параболических уравнений с параболическим погранслоем // УМН. - 1961. - 16, бас.1. 164-169 б.

[33] Треногий В.А Развитие и приложения асимптотического метода Люстерника - Вишика // УМН. - 1970. 25-N 4, 121-156 б.

[34] Сабзалиев М.М. Асимптотика решения краевой задачи для нелинейного параболического уравнения с малым параметром // Аз. ин-т нефти и химии-Баку, 1989, 19 б. Деп. Аз. НИИНТИ 24.04.89, N 1266-Аз89.

[35] Скворцов М.Ю. Асимптотика решения задачи Коши для параболического уравнения с малым параметром при неограниченном времени и разрывном начальном условии // Вестник МГУ. Сер.1 матем. и механик. - 1981. бас-5. 42-46-б.

[36] Сушко В.Г. Асимптотика решения на угловой характеристике для параболического уравнения с малым параметром // Дифференц. уравнения. 2000. Т.36, бас-5. 694-698 б.

[37] Сушко В.Г. Асимптотические решения некоторых сингулярно возмущенных уравнений смешанного типа // Фундаментальная и прикладная математика. 1997. бас-2. 570-586-б.

[38] Сушко В.Г. Асимптотические решения некоторых сингулярно возмущенных уравнений смешанного типа // Фундаментальная и прикладная математика. - 1997. - 3, бас. 2. 570-586.

[39] Хапаев М.М. Проблемы устойчивости в системах обыкновенных дифференциальных уравнений // УМН. - 1980. - Т.35, вып.1(211). 127-170-б.

[40] Васильева А.Б. О периодических решениях уравнений параболического типа с малыми параметрами // Дифф. уравнения. 1983. Т.19, бас-12. 2076-2081 б.

[41] Васильева А.Б.,Радченко И.В. О периодическом решении параболического сингулярно возмущенного уравнения с разными степенями малого параметра при первой и второй производных // ЖВМ и МФ. - 2000. Т.40, бас-8. 1192 б.

[42] Бутузов В.Ф.,Уразгильдина Т. А. Асимптотика решения краевой задачи для уравнения теплопроводности с мощным нелинейным источником в тонком стрежне //Диффер.уравнен. - 1995. - Т.31, вып.3 - С.472-482.

[43] Крылов Н.М., Боголюбов Н. Н. Введение в нелинейную механику. - Киев: Изд-во АН УССР. - 1937.

[44] Омуралиев А. С. Регуляризация сингулярно возмущенной параболических задач// Б.: КТМУ, 2005, 152 б.

[45] Валиев М.А. Метод регуляризации сингулярно возмущенных дифференциальных операторных уравнений // ДАН СССР. 1974. Т.220, бас-5. 1008-1012 б.

[46] Валиев М.А.,Ломов С. А. Асимптотическое интегрирование сингулярно-возмущенных задач в гильбертовом пространстве // Дифф. уравн. 1981. Т.17, бас-10. 1792-1805 б.

[47] Рыжих А. Д Асимптотическое интегрирование уравнения в банаховом пространстве // Труды МЭИ. 1980. бас-499. 159-161 б.

[48] Елисеев А.Г.,Ломов С. А. Теория возмущений в банаховом пространстве // ДАН СССР. 1982, Т.264, 34-38 б.

[49] Федорюк М.В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Наука, 1983, 352 б.

[50] Бобочко В. Н. Асимптотика решения системы дифференциальных уравнений с кратной точкой поворота // ДУ – 1996,Т.32, бас-9, 1283-1285 б.

[51] Елисеев А.Г. Теория сингулярных возмущений в случае негладкого спектра предельного оператора // Матем.сб. - 1995. - Т.186, бас-7. 25-40 б.

[52] Елисеев А.Г.,Каниев Г.С. Асимптотическое интегрирование параболическое задачи в случае непрерывного спектра и необратимости предельного оператора // Сб. научных трудов МЭИ, 1989. бас-192. 26-31 б.

[53] Елисеев А.Г.,Ломов С.А. Теория сингулярных возмущений в случае спектральных особенностей предельного опеатора // Матем.сб. - 1986. - Т.131(173), бас-4(12). 544-557 б.

[54] Кирпикова О.И. Асимптотическое интегрирование параболической задачи в условиях нарушения стабильности спектра // Сборник научных трудов МЭИ. 1989, бас-215, 38-41б.

[55] Сафонов В.Ф. Метод нормальных форм для нелинейных сингулярно возмущенных задач. , М.:Изд-во МЭИ, 1989, 65 б.

[56] Сафонов В.Ф. Метод регуляризации для сингулярно возмущенных систем нелинейных дифференциальных уравнений // Изв. АН СССР.

[57] Губин Ю.П. Метод регуляризации и разрешимость в целом укороченных уравнений метода усреднения // Укр. мат. журн. , 1981, Т.33, бас-3, 297-303 б.

[58] Губин Ю.П.,Ломов С.А.,Сафонов В.Ф. Точечный резонанс в системе двух осцилляторов // Прикл. матем. и механ, 1982, Т.46, бас-3, 389-396 б.

[59] Кобрин А.И. К задаче о движении тела с полостью, заполненной вязкой жидкостью, относительно центра масс в потенциальном поле массовых сил // ПММ. 1969, Т.33, бас-3, 431-440 б.

[60] Кобрин А.И., Мартыненко Ю. Г. Динамика проводящего твердого тела около центра масс в медленно изменяющемся магнитном поле // ДАН СССР. 1981, Т.261, бас 5, 1070-1073 б.

[61] Ломов С.А.,Сафонов В.Ф. Регуляризация и асимптотические решения сингулярно возмущенных задач с точечными особенностями спектра предельного оператора // Укр. мат. журн., 1984, Т.36, 172-180 б.

[62] Бободжанов А.А.,Сафонов В.Ф. Сингулярно возмущенные нелинейныеинтегро-дифференциальные системы с быстро изменяющимися ядрами // Математические заметки, 2002, Т.72, бас-5, 654-664 б.

[63] Бободжанов А.А.,Сафонов В.Ф., Калимбетов Б.Т. Контрастные структуры винтегро-дифференциальных уравнениях с быстроизменяющимися ядрами // Вестник МЭИ – 2002, бас-6.

[64] Омуралиев А.С. Об асимптотике типа Биркгофа для интегро-дифференц.уравнен. // Труды КГУ, сер. матем. наук, 1976, бас-11, 76-81 б.

[65] Омуралиев А.С. Асимптотика решения краевой задачи для сингулярно возмущ. системнтегро-дифференц. уравнен. // Исслед. по интегро-дифференц.уравнен., 1981, бас-14, 182-197 б.

[66] Сафонов В.Ф., Туйчиев О. Д. Регуляризация сингулярно возмущенных интегральных уравнений с быстро изменяющимися ядрами и их асимптотика // Дифференц. уравнения., 1997, Т.33, бас 9, 1199- 1210 б.

[67] Кирпикова О.И. Асимптотическое интегрирование параболической задачи в условиях нарушения стабильности спектра // Сборник научных трудов МЭИ, 1989, бас-215, 38-41 б.

[68] Кирпикова О.И., Ращепкина Н.А. Об асимптотическом интегрировании одной сингулярно возмущенной параболической задачи //

Дифференциальные уравнения с частн. производными, Ленинград, 1989, 7-10 б.

[69] Елисеев А.Г.,Каниев Г.С. Асимптотическое интегрирование параболическое задачи в случае непрерывного спектра и необратимости предельного оператора // Сб. научных трудов МЭИ, 1989. бас-192, 26-31 б.

[70] Елисеев А.Г.,Каниев Г.С. Асимптотическое решение сингулярно возмущенных задач в случае непрерывного спектра предельного оператора, М.: МЭИ, 1989, 4077-В89.

[71] Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А., Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний-М., 4 изд., 1974.

[72] Ахмеров Р.Р., Садовский Б.Н. Очерки по ОДУ. http://www.bsadovskiy.ru

[73] Abılaeva E. D., Stasyoner fazlı parabol problemin çözümünün asimptotiği-Yüksek Lisans Tezi, 2014.

[74] Лифщиц Е. М., Ландау Л. Д., Квантовая механика-М.,3 бас., 1974.

[75] Нефедов Н.Н., Попов В.Ю., Волков В.Т. Дифференциальные уравнения. Курс лекций. Глава 7. Понятие об асимптотических методах-М., 2010

[76] Кащенко А. С. Асиптотическое разложение решений К31 уравнений: Метод.көрсөтмө-Ярославль: ЯРГУ 2011 П. Г. Демидов атындагы Мамл.Ярос. Унив-т. 44 б.

[77] Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. - М.: Наука, 1983.

[78] Омуралиев А.С. Регуляризация двумерной сингулярно возмущенной параболической задачи//Журн.вычисл. математ. и математ.физики.- 2006, т.46, N 8. С.1423-1432.

ӨМҮР БАЯН

Жеке маалымат

- Аты жөнү: Акмөөр Кожошова
- Улуту: Кыргыз
- Туулган жылы: 30.08.1990, Жалалабад обл.
- Телефон: 0555014857
- e-mail: mooriam@gmail.com

Билими

- 2015- Кыргыз-Түрк Манас Университети, Табигый илимдер институту, Математика багыты, (Магистратура).
- 2013- Кыргыз-Түрк Манас Университети, Табигый илимдер факультети, Колдонмо математика жана иформатика бөлүмү, (Бакалавр).
- 2008- Макмал Орто Мектеби .

Иш тажрыйбасы

- 2008 -2009 -“Аалам” редакциясы (программист, интервьюер**)**
- 2013- 2015- И. Раззаков атындагы Кыргыз Мамлекеттик Техникалык Университети, Электроника жана Телекоммуникация Институту, (Инженер-программист).

Билген тилдери

- Кыргызча (Эне тили);
- Түркчө;
- Орусча;
- Англисче.