

КЫРГЫЗ ТҮРК МАНАС УНИВЕРСИТЕТИ

ТАБИГЫЙ ИЛИМДЕР ИНСТИТУТУ

МАТЕМАТИКА БӨЛҮМҮ

**ЧЕКТЕЛБЕГЕН ОБЛАСТТАГЫ ФРЕДГОЛЬМДУН III
ТҮРДӨГҮ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕСИНИН
ЧЫГАРЫЛЫШЫНЫН ЖАЛГЫЗДЫГЫ**

(ДИССЕРТАЦИЯЛЫК ИШ)

Рухидин АСАНОВ

БИШКЕК 2010

КЫРГЫЗ ТҮРК МАНАС УНИВЕРСИТЕТИ

ТАБИГЫЙ ИЛИМДЕР ИНСТИТУТУ

МАТЕМАТИКА БӨЛҮМҮ

**ЧЕКТЕЛБЕГЕН ОБЛАСТТАГЫ ФРЕДГОЛЬМДУН III
ТҮРДӨГҮ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕСИНИН
ЧЫГАРЫЛЫШЫНЫН ЖАЛГЫЗДЫГЫ**

(ДИССЕРТАЦИЯЛЫК ИШ)

Рухидин АСАНОВ

Жетекчи

Проф. Док. Асан ӨМҮРАЛИЕВ

БИШКЕК 2010

KIRGIZİSTAN-TÜRKİYE MANAS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Fen Bilimler Enstitüsü Matematik Bölümü Anabilim Dalı'nda 0851Y03005 numaralı Ruhidin ASANOV'un hazırladığı "Sınırsız Alandaki Fredholm'un III Türdeki İntegral Denklemler Çözüm Tekliği" konulu Yüksek Lisans Tezi ile ilgili tez savunma sınavı, 17/06/2010 g?n? 09:00-10:00 saatleri arasında yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin başarılı olduğuna oybirliği ile karar verilmiştir.

Jüri Başkanı
Do?. ?metaliev Marat
İ.Razzakov KDTÜ

Üye (Tez Danışmanı) Prof. Dr. Asan
ÖMÜRALİEV Kırgızistan-Türkiye
Manas Üniversitesi

?ye
Prof. Dr. Avt Asanov
Kırgızistan-Türkiye Manas Üniversitesi

?ye
Prof. Dr. Ramiz Rafatov
Kırgızistan-Türkiye Manas Üniversitesi

?ye
Prof. Dr. Askarbek Saadabaev
Kırgızistan-Türkiye Manas Üniversitesi

17/06/2010

ЧЕЧИМ

Кыргыз-Түрк Манас университетинин Табигый Илимдер Институтунун экзамендик инструкциясынын 36 - жобосуна ылайык, №4 жыйында уюшулган комиссия, математика бөлүмүнүн магистранты Асанов Рухидин “Чектелбеген областтагы Фредгольмдун III түрдөгү интегралдык теңдемесинин чыгарылышынын жалгыздыгы” темасында жазган дипломдук проекттин анализдеп, 17/06/2010-ж. саат 09:00дө жактоого кабыл алды.

Магистрант 15 минута убакыт ичинде дипломдук проекттин жактап, комиссия бир добуштан кабыл алынсын деген чечим чыгарды.

Жюри төрагасы
Т.и.к., доц. Үметалиев Марат
И. Раззаков атындагы КГТУ

Жюри мүчөсү
Ф.-м.и.д., проф. Асан Өмүралиев
Кыргыз-Түрк Манас Университети

Жюри мүчөсү
Ф.-м.и.д., проф. Авыт Асанов
Кыргыз-Түрк Манас Университети

Жюри мүчөсү
Ф.-м.и.д., проф. Рамиз Рафатов
Кыргыз-Түрк Манас Университети

Жюри мүчөсү
Ф.-м.и.д., проф. Аскарбек Саадабаев
Кыргыз-Түрк Манас Университети

17/06/2010

КЫСКАЧА МАЗМУНУ

Даярдаган	: Рухидин Асанов
Университет	: Кыргыз-Түрк Манас Университети
Институт	: Табигий Илимдер Институту
Багыты	: Математика
Иштин сыпаты	: Диссертациялык иш
Беттердин саны	: X+19
Бүтүрүү датасы	: Май 2010
Диссертация жетекчиси	: Проф.Др.Асан Өмүралиев

ЧЕКТЕЛБЕГЕН ОБЛАСТТАГЫ ФРЕДГОЛЬМДУН Ш ТҮРДӨГҮ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕСИНИН ЧЫГАРЫЛЫШЫНЫН ЖАЛГЫЗДЫГЫ

Үчүнчү түрдөгү Фредгольмдун сызыктуу интегралдык теңдемесинин чыгарылышынын жашашы, жашабастыгы жана жалгыздыгы маселеси каралган. Мындай тендемени чыгаруу формуласы табылган.

Өзөктүү сөздөр: сызыктуу интегралдык теңдеме, Фредгольм, үчүнчү түр, чыгарылыш, жалгыздык, ядро, чектелбеген област.

№Z

Yazar : Ruhidin Asanov
Университе : Кыргызстан-Түркия Манас Üniversitesi
Enstitü: : Fen Bilimleri
Bilim Dalı : Matematik
Tezin Niteliği : Yüksek Lisans Tezi
Sayfa Sayısı : X+19
Mezuniyet Tarihi : Mayıs 2010
Tez Danışmanı : Prof.Dr. Asan Muraliev

SINIRSIZ ALANDAKİ FREDGOLM’UN III TÜRDEKİ İNTEGRAL DENKLEMELER ÇÖZÜM TEKLİĞİ

Üçüncü çeşitteki Fredgolmun lineer integral denkleminin çözümünün yaşayp-yaşamamısı ve yalnızlık sorunu bakıldı. Böyle denklemin çözüm formülü bulundu.

Anahtar Sözcükler: lineer integral denklemler, Fredholm, üçüncü tür, çözüm, teklik, sınırsız alan.

ABSTRACT

Prepared by : Ruhidin Asanov
University : Kyrgyz-Turkish Manas University
Institute : Natural Sciences
Department : Mathematics
Thesis Level : Master Thesis
Number of Pages : X+19
Graduate Date : May 2010
Thesis Advisor : Prof.Dr. Asan Omuraliev

UNIQUENESS OF SOLUTIONS OF FREDHOLM INTEGRAL EQUATIONS OF THE THIRD KIND IN UNLIMITED DOMAINS

The questions of existence, nonexistence and uniqueness of the solutions for the linear Fredholm integral equations of the third kind are studied. The formulas for the solutions of these equations are obtained.

Keywords: Linear Integral Equations, Fredholm, Third Kind, Solution, Uniqueness, Kernel, Unlimited Domain.

АБСТРАКТ

Автор : Рухидин Асанов
Университет : Кыргызско-Турецкий Университет Манас
Институт : Естественных Наук
Кафедра : Математика
Качество диссертации : Магистратура
Количество страниц : X+19
Дата выпуска : Май 2010
Руководитель диссертации: Проф.Др.Асан Омуралиев

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФРЕДГОЛЬМА III РОДА В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ.

Изучены вопросы существования, несуществования и единственности решения для линейных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода. Получены формулы для решения таких уравнений.

Ключевые слова: линейное интегральное уравнение, Фредгольм, третий род, решение, единственность, ядро, неограниченная область.

АЛГАЧ СӨЗ:

Интегралдык теңдемелер теорияда жана практикада кеңири колдонулат. Бул иште Фредгольмдун үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемеси каралган. Ал теңдеменин чыгарылышынын жалгыз жана жалгыз эмес боло турган шарттары көрсөтүлгөн жана чыгарылышынын формуласы табылган.

Бул иште мага жардамын жана ой-пикирлерин аябаган жетекчим Проф. Др. Асан Өмүралиев агайга чоң ыраазычылыгым билдиремин.

Бишкек 2010

Рухидин Асанов

МАЗМУНУ:

	Бети
ДИССЕРТАЦИЯ ЧЕЧИМИ	ii
КЫСКАЧА МАЗМУНУ	iv
?Z	v
ABSTRACT	vi
АБСТРАКТ	vii
АЛГАЧ СӨЗ	viii
МАЗМУНУ	ix
СИМВОЛДОР	x
КИРИШ СӨЗ	1
§1. СЫЗЫКТУУ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕНДЕМЕЛЕРДИН ТҮРЛӨРҮ ЖАНА КРОНЕКЕР-КАПЕЛЛИНИН ТЕОРЕМАСЫ	2
§2. ФРЕДГОЛЬМДУН ЭКИНЧИ ТҮРДӨГҮ СЫЗЫКТУУ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕНДЕМЕСИ	4
§3. ФРЕДГОЛЬМДУН ҮЧҮНЧҮ ТҮРДӨГҮ СЫЗЫКТУУ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕНДЕМЕСИ	8
ЖЫЙЫНТЫК	18
КОЛДОНУЛГАН АДАБИЯТТАР	19

СИМВОЛДОР

1. $[a, b)$ – жарым-интервал;
2. $[a, \quad)$ – жарым-ок;
3. $\int$ интеграл;
4. $\sum$ сумма;
5. $\text{rang } A$ – A матрицасынын рангы;
6. $C[a, b)$ – $[a, b)$ дагы бардык үзгүлтүксүз функциялардын мейкиндиги.
7. $L_1(a, b)$ – (a, b) дагы бардык интегралдануучу функциялардын мейкиндиги.

КИРИШ СӨЗ

Интегралдык теңдемелерге теория менен практикалык маселелер келтирилет. Айрым учурда ар түрдү тескери маселелер, дифференциалдык теңдемелердин маселелери жана интегралдык геометриянын маселелери Фредгольмдун үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемелерине келтирилет. Геофизиканын, физиканын, техниканын, химиянын маселелери жогорудагы интегралдык теңдемелерге келтирилет [2, 4, 5 жана 8]. Интегралдык теңдемелердин ар түрдүү маселелери [1, 3, 6 жана 7] иштеринде изилденген.

Бул иш кириш сөздөн, 3 параграфтан, жыйынтыктоодон жана колдонгон адабияттардан турат.

§1 де интегралдык теңдемелердин түрлөрү жана Кронекер-Капеллинин теоремасы берилген.

§2 де Фредгольмдун экинчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемесин чыгаруу методу каралган.

§3 тө Кронекер-Капеллинин теоремасынын жана §2 деги берилген методдун жардамы менен Фредгольмдун үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдеменин чыгарылышы тургузулган. Мисалдар келтирилген.

§1. СЫЗЫКТУУ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ТҮРЛӨРҮ ЖАНА КРОНЕКЕР-КАПЕЛЛИНИН ТЕОРЕМАСЫ

1. Вольтерранын экинчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелери:

$$(1)$$

мында $K(t,s)$ менен $f(t)$ белгилүү функциялар, $\varphi(t)$ - белгисиз функция, ядро деп аталат.

2. Вольтерранын биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелери:

$$(2)$$

мында $K(t,s)$ менен $f(t)$ белгилүү функциялар, $\varphi(t)$ - белгисиз функция, ядро деп аталат.

3. Вольтерранын үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелери:

$$(3)$$

мында $p(t)$, жана $f(t)$ белгилүү функциялар, $p(a)=0$, $\varphi(t)$ - белгисиз функция, ядро деп аталат.

4. Фредгольмдун экинчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелери:

$$(4)$$

мында $K(t,s)$ менен $f(t)$ белгилүү функциялар, $\varphi(t)$ - белгисиз функция, $K(t,s)$ ядро деп аталат.

5. Фредгольмдун биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелери:

(5)

мында $K(t,s)$ менен $f(t)$ белгилүү функциялар, $\varphi(t)$ - белгисиз функция, ядро деп аталат..

6. Фредгольмдун үчүнчү түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелери:

(6)

мында $p(t)$, $K(t,s)$ жана $f(t)$ белгилүү функциялар, $p(a)=0$, $\varphi(t)$ - белгисиз функция, ядро деп аталат.

Кронекер-Капеллинин теоремасы. Берилген - өлчөмдүү матрица жана - өлчөмдүү матрица үчүн $r = \text{rang } A$, болсун. Анда:

1. Эгерде $n_1 \neq r$ болсо, системасынын чыгарылышы жок. Мында - өлчөмдүү белгисиз матрица;
2. Эгерде болсо, системасы жалгыз чыгарылышка ээ;
3. Эгерде болсо, системасы параметрлерден көз каранды болгон чексиз чыгарылышка ээ болот.

Мисал.

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

болсун. Мында α, β - параметрлер.

- 1) Эгерде $\alpha \neq 1, \beta \in \mathbb{R}$ болсо, анда $r = \text{rang } A = 2$, .
Ушул себептүү, Кронекер-Капеллинин теоремасы боюнча системасы жалгыз

чыгарылышына ээ болот.

2) Эгерде $\alpha = 1, \beta \neq 1$ болсо, анда $r = \text{rang } A = 1$, , б.а.

$r \neq r_1$. Ушул себептүү, Кронекер-Капеллинин

теоремасы боюнча

системасынын чыгарылышы жок.

3) Эгерде $\alpha = 1, \beta = 1$ болсо, анда $r = \text{rang } A = 1$, $r_1 = \text{rang } (A, B) = 1$,

б.а. $r = r_1$. Ушул себептүү, Кронекер-Капеллинин теоремасы боюнча

системасы 1 параметрден көз каранды болгон чексиз

параметр,

чыгарылышына ээ болот.

§2. ФРЕДГОЛЬМДУН ЭКИНЧИ ТҮРДӨГҮ СЫЗЫКТУУ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕСИ

Төмөнкү теңдемени

(1)

карайлы. Мында $a_i(t), b_i(t)$ жана $f(t)$ - $[a, b]$ да белгилүү үзгүлтүксүз функциялар, $\varphi(t)$ - $[a, b]$ да белгисиз үзгүлтүксүз функция,

$$a_i(t)b_j(t) \in L_1(a, b), f(t)b_j(t) \in L_1(a, b), i, j = 1, 2, \dots, n,$$

Эми

(2)

белгилөөсүн киргизели. Анда (1)ден төмөнкүнү

(3)

алабыз. Мында φ_j - белгисиз турактуу сандар, $j = 1, 2, \dots, n$.

(3)тү (2)ге коюп, төмөнкү

(4)

системаны алабыз. Төмөнкү белгилөөлөрдү

(5)

киргизели. Анда (4)төн

(6)

системасы келип чыгат.

Төмөнкү шарт аткарылсын дейли:

$$\Delta = \dots$$

а)

Анда (6) система жалгыз чыгарылышка ээ болот, ал чыгарылышты Крамердин эрежеси менен табабыз, б.а.

(7)

мында

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} f_1 & -k_{12} & \dots & -k_{1n} \\ f_2 & 1 - k_{22} & \dots & -k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_n & -k_{n2} & \dots & 1 - k_{nn} \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 - k_{11} & f_1 & \dots & -k_{1n} \\ -k_{21} & f_2 & \dots & -k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_{n1} & f_n & \dots & 1 - k_{nn} \end{vmatrix}, \dots,$$

...

$$\Delta_n = \dots -k_{n1}$$

Мындан төмөнкү теоремалар далилденди.

Теорема 1. Берилген (1) теңдеме үчүн а) шарты аткарылсын дейли. Анда (1) интегралдык теңдеме $S[a, b]$ мейкиндигинде жалгыз чыгарылышка ээ болот. Ал чыгарылыш (3) формула менен аныкталат. Мында турактуу сандары (7) формула менен аныкталат.

Төмөнкү белгилөөлөрдү

(8)

киргизели.

Теорема 2. $\Delta = \det K = 0$,
жзана В

болсун. Мында К

матрицалары (8) жана (5) формулалар менен аныкталган. Анда:

1. Эгерде болсо, анда (1) интегралдык теңдеменин $C[a, b]$ н мейкиндигинде чыгарылышы жок;

2. Эгерде , анда (1) интегралдык теңдемеси $C[a, b]$ н мейкиндигинде $n-r$ параметрден көз каранды болгон чексиз чыгарылышка ээ болот. Бул чыгарылыштар (3) формула менен аныкталат, мында сандары (6) системанын чыгарылыштары болушат. Алардын ичинен $n-r$ сандары – каалаган турактуу сандар, ал эми калган калган r сандары алардан көз каранды болушат.

Мисал. Берилген (1) интегралдык теңдемени $a=0$, $b=$, $n=2$,

$$a_1(t) = 1, b_1(t) = \frac{1}{(1+t)^3}, a_2(t) = \alpha(t+1), b_2(t) = \frac{1}{(1+t)^4}, f(t) = \frac{\beta}{1+t},$$

болгондо карайбыз. Мында $\beta \neq 0, \alpha, \beta$ – параметрлер, б.а. төмөнкү

$$\varphi(t) = \int_0^\infty [1/(1+s)^3 + (\alpha(t+1))/(1+s)^4] \varphi(s) ds + \beta/(t+1), t \in [0; \infty)$$

(9)

теңдемени карайбыз. Төмөнкү белгилөөлөрдү киргизели

(10)

Анда (10)ду эсепке алып, (9)дан

(11)

келип чыгат. (11)ди (10)го коюп,

$$\begin{cases} c_1 = \int_0^{\infty} \frac{1}{(1+s)^2} \left[c_1 + \alpha c_2 (s+1) + \frac{\beta}{1+s} \right] ds, \\ c_2 = \int_0^{\infty} \frac{1}{(1+s)^4} \left[c_1 + \alpha c_2 (s+1) + \frac{\beta}{1+s} \right] ds, \end{cases}$$

системасын алабыз, б.а.

(12)

Анда төмөнкү учурлар болушу мүмкүн:

1) Эгерде болсо, анда (12) система жалгыз

чыгарылышына ээ болот. Бул учурда

$$\varphi(t) = ((4 + \alpha)\beta)/(6 - 7\alpha) + 17\alpha\beta/(6(6 - 7\alpha))(t + 1) + \beta/(1 + t), t \in [0; \infty).$$

функциясы (9) интегралдык теңдеменин $S[0, \infty)$ мейкиндигиндеги жалгыз чыгарылышы болот.

2) Эгерде болсо, анда (12) системанын чыгарылышы жок. Ушул себептүү, (9) интегралдык теңдеменин $S[0, \infty)$ мейкиндигинде чыгарылышы жок.

§3. ФРЕДГОЛЬМДУН ҮЧҮНЧҮ ТҮРДӨГҮ СЫЗЫКТУУ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕНДЕМЕСИ

Төмөнкү үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемени

(1)

карайлы. Мында $p(a)=0$, $p(t), a_1(t), b_1(t)$ жана $f(t)$ – $[a, b)$ дагы белгилүү үзгүлтүксүз функциялары, $\varphi(t)$ - $[a, b)$ дагы белгисиз үзгүлтүксүз функция,

.

Эми

(2)

белгилөөлөрүн киргизели. Анда (1)ден

(3)

барабардыгын алабыз. Мында ξ_j белгисиз турактуу сандар, $j = 1, 2, \dots, n$.

(3)төн $t=a$ болгондо

(4)

барабардыгын алабыз.(3)төн (4)тү кемитип

(5)

барабардыгын алабыз.

Төмөнкү шарт аткарылсын дейли.

а) Ар кандай $i, j = 1, 2, \dots, n$ үчүн,
 $\alpha_i(t), F(t) \in C[a, b]$, $\alpha_i(t) b_{ij}(t) \in L_1[a, b]$, $F(t) b_j(t) \in L_1[a, b]$,

мында

$$\alpha_i(t) = \frac{\alpha_i(t) - \alpha_i(a)}{p(t)}, F(t) = \frac{f(t) - f(a)}{p(t)}. \quad (6)$$

(6)ны эсепке алып, (5)тен

(7)

барабардыгын алабыз. (7)ни (2)ге коюп

(8)

системасын алабыз. Төмөнкү белгилөөлөрдү киргизели:

(9)

Анда (8)ден

(10)

системасын алабыз. Ошентип, белгисиз α_i лерди аныктоо үчүн (10) жана (4) сызыктуу алгебралык теңдемелердин системасын алабыз.

Төмөнкү белгилөөлөрдү киргизели:

(11)

Анда (10) жана (4) системаны төмөнкү түрдө жазабыз:

(12)

Теорема. болсун. Мында K жана L матрицалары (11), (9) жана (6) формулалары менен аныкталган. Анда:

1. Эгерде $r \neq r_1$ болсо, анда (1) интегралдык теңдеменин $C[a, b]$ мейкиндигинде чыгарылышы жок;
2. Эгерде болсо, анда (1) интегралдык теңдеме $C[a, b]$ жалгыз чыгарылышка ээ болот. Ал чыгарылыш (7) формула менен аныкталат, мында сандары (12) системанын жалгыз чыгарылышы болот;
3. Эгерде болсо, анда (1) интегралдык теңдеме $C[a, b]$ мейкиндигинде $n-r$ параметрден көз каранды болгон чексиз чыгарылышка ээ болот. Ал чыгарылыштар (7) формула менен аныкталат, мында сандары (12) системанын чыгарылыштары болот. Алардын ичинен $n-r$ сандары каалаган турактуу сандар, ал эми r сандары алардан көз каранды.

Далилдөө.

1. $r \neq r_1$ болсун. Анда Кронекер-Капеллинин теоремасы боюнча (12) системанын чыгарылышы жок. Ушул себептүү, (1) интегралдык теңдеменин $C[a, b]$ мейкиндигинде чыгарылышы жок;
2. болсун. Анда Кронекер-Капеллинин теоремасы боюнча (12) система жалгыз чыгарылышка ээ. Ушул себептүү, (1) интегралдык теңдеме

$C[a, b]$ мейкиндигинде жалгыз чыгарылышка ээ. Ал чыгарылыш (7) формула менен аныкталат, мындасандары (12) системанын жалгыз чыгарылышы болот;

3. болсун. Анда Кронекер-Капеллинин теоремасы боюнча (12) система $n-r$ параметрден көз каранды болгон чексиз чыгарылыштарга ээ. Ушул себептүү, (1) интегралдык теңдеме да $C[a, b]$ мейкиндигинде $n-r$ параметрден көз каранды болгон чексиз чыгарылыштарга ээ болот. Ал чыгарылыштар (7) формула менен аныкталат, мындасандары (12) системанын чыгарылыштары болот. Алардын ичинен $n-r$ сандары каалаган турактуу сандар, ал эми r сандары алардан көз каранды болушат.

Теорема далилденди.

Мисал 1. Берилген (1) интегралдык теңдемени $a=0, b=1, n=2, p(t)=t$, болгондо карайлы,

β – параметр

мында , б.а.

$$t\varphi(t) = \int_0^1 [(t+1)s + (t^2+3)s^2] \varphi(s) ds + t^3 + \beta, t \in [0; 1]. \quad (13)$$

интегралдык теңдемени карайлы. Төмөнкү белгилөөлөрдү киргизебиз:

$$(14)$$

Анда (14)тү эсепке алып, (13)төн төмөнкү келип чыгат:

$$(15)$$

(15)ке $t=0$ дү коюп

$$c_1 + 3c_2 = -\beta. \quad (16)$$

теңдемесин алабыз. (15)тен (16)ны кемитип, төмөнкүнү алабыз

$$t\varphi(t) = c_1 1 + c_2 t^2 + t^3, t \in [0; 1],$$

б.а.

$$\varphi(t) = c_1 1 + c_2 t + t^2, t \in [0; 1]. \quad (17)$$

(17)ни (14)кө коюп,

системасын алабыз. Мындан

$$\begin{cases} c_1 = \left(c_1 \frac{s^2}{2} + c_2 \frac{s^3}{3} + \frac{s^4}{4} \right) \Big|_0^1, \\ c_2 = \left(c_1 \frac{s^4}{4} + c_2 \frac{s^5}{5} + \frac{s^6}{6} \right) \Big|_0^1, \end{cases}$$

б.а.

(18)

системасы келип чыгат. Мында белгисиз жана (18) жана (16) системалардын чыгарылыштары болушат.

(18) системаны Крамердин эрежеси боюнча чыгарабыз:

$$\Delta =$$

$$\begin{vmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \\ 6 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 =$$

Анда

(19)

(19)ду (16)га койсок,

(20)

табылат. Анда:

1. Эгерде болсо, анда система (18) жана (16) бир да чыгарылышка ээ болбойт. Демек, (13) интегралдык теңдеменин да чыгарылышы жок.

2. Эгерде болсо, анда (18) жана (16) система (19) формула менен аныкталган жалгыз чыгарылышка ээ болот. Ушул себептүү (13) интегралдык теңдеме жалгыз

$$\varphi(t) = 46/57 + 35/76 t + t^2, t \in [0; 1[) \quad (21)$$

чыгарылышына ээ болот.

Мисал 2. Берилген (1) интегралдык теңдемени $a=0$, $b=1$, $n=2$, $p(t)=t\sqrt{t}$, $a_1(t)=t\sqrt{t}+1$, $b_1(t)=mt$, $a_2(t)=t^2$, $b_2(t)=\alpha$, $f(t)=\beta t\sqrt{t}$ болгондо карайлы, мында m, α, β – параметрлер, б.а.

(22)

интегралдык теңдемесин карайлы. Төмөнкү белгилөөлөрдү киргизели:

(23)

(23)тү эсепке алып (22)ден

(24)

барабардыгын алабыз. (24)кө $t=0$ дү коюп,

$$c_1 m = 0 \quad (25)$$

теңдемесин алабыз. (24)төн (25)ти кемитип,

$$t \sqrt{t} \varphi(t) = c_1 m t \sqrt{t} + c_1 2 \alpha t^{3/2} + \beta t \sqrt{t}, t \in [0; 1],$$

б.а.

$$\varphi(t) = c_1 2 \alpha \sqrt{t} + \beta, t \in [0; 1] \quad (26)$$

барабардыгын алабыз. (26)ны (23)кө коюп,

$$\begin{cases} c_1 = \int_0^1 s(c_1 2 \alpha \sqrt{s} + \beta) ds = \frac{2}{5} c_1 \alpha + \frac{\beta}{2}, \\ c_2 = \int_0^1 (c_1 2 \alpha \sqrt{s} + \beta) ds = \frac{2}{3} c_1 \alpha + \beta, \end{cases}$$

б.а.

(27)

сандары (27) жана (25) системанын чыгарылыштары болушат.

Анда төмөнкү учурлар болушу мүмкүн:

1) Анда (27) жана (25) система чыгарылышына ээ. Бул учурда

$$\varphi(t) = -5/4 \beta \sqrt{t} + \beta, t \in [0; 1]$$

функциясы (22) интегралдык теңдеменин $C[0,1]$ мейкиндигиндеги жалгыз чыгарылышы болот;

2) Анда (27) жана (25) системанын чыгарылышы жок. Демек, (22) интегралдык теңдеменин $C[0,1]$ мейкиндигинде чыгарылышы жок;

3) Анда (27) жана (25) система жалгыз чыгарылышына ээ. Бул учурда

$$\varphi(t) = 3\alpha/(3-2\alpha) \beta \sqrt{t} + \beta, t \in [0; 1].$$

функциясы (22) интегралдык теңдеменин $C[0,1]$ мейкиндигиндеги жалгыз чыгарылышы болот;

4) Анда (27) жана (25) системанын чыгарылышы жок. Демек, (22) интегралдык теңдеменин $C[0,1]$ мейкиндигинде чыгарылышы жок;

5) Анда (27) жана (25) система бир параметрден көз каранды болгон чыгарылышка ээ: параметр.

Ушул себептүү, (22) интегралдык теңдеме $C \in [0,1]$ мейкиндигинде бир параметрден көз каранды болгон чексиз

$$\varphi(t) = c_1 2^{-t}, t \in [0;1]$$

чыгарылышына ээ.

Мисал 3. Берилген (1) интегралдык теңдемеси $a=0$, $b=$, $n=2$, $p(t)=t$, болгондо карайлы, мында $\beta \neq 0$, α, β – параметрлер, б.а.

$$t\varphi(t) = \int_0^{\infty} [1/(1+s)^2 + (\alpha(t+1))/(1+s)^3] \varphi(s) ds + \beta t/(t+1), t \in [0; \infty) \quad (28)$$

интегралдык теңдемесин карайбыз. Төмөнкү белгилөөлөрдү киргизебиз:

(29)

(29)ду эсепке алып (28)ден

(30)

барабардыгын алабыз. (30)га $t=0$ дү коюп,

$$c_1 + \alpha c_2 = 0 \quad (31)$$

теңдемесин алабыз. (30)дан (31)ди кемитип

б.а.

(32)

барабардыгын алабыз. (32)ни (29)га коюп,

$$\begin{cases} c_1 = \int_0^{\infty} \frac{1}{(1+s)^2} \left[\alpha c_2 + \frac{\beta}{1+s} \right] ds = c_2 \alpha + \frac{\beta}{2}, \\ c_2 = \int_0^{\infty} \frac{1}{(1+s)^3} \left[\alpha c_2 + \frac{\beta}{1+s} \right] ds = \frac{c_2 \alpha}{2} + \frac{\beta}{3}. \end{cases}$$

б.а.

(33)

системасын алабыз. Анда төмөнкү учурлар болушу мүмкүн:

1) $\alpha = -1, 2$ болсун. Анда (33) системадан келип чыгат.

Бул учурда

$$\varphi(t) = -\beta/4 + \beta/(1+t), t \in [0; \infty)$$

функциясы (28) интегралдык теңдеменин $C[0, \infty)$ мейкиндигиндеги жалгыз чыгарылышы болот;

2) $\alpha = 2$ болсун. Анда (33) системанын чыгарылышы жок. Демек, (28) интегралдык теңдеменин $C[0, \infty)$ мейкиндигинде чыгарылышы жок;

3) $\alpha \neq -1, 2, \alpha \neq 2$ болсун. Анда (33) системанын чыгарылышы жок. Демек, (28) интегралдык теңдеменин $C[0, \infty)$ мейкиндигинде чыгарылышы жок.

Жыйынтык

Фредгольмдун үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемесинин чыгарылышынын жашашы жана жашабастыгы изилденген. Ал изилдөө Кронекер-Капеллини теоремасы жана [9] иштеги методду модификациялоо аркылуу жүргүзүлгөн.

Фредгольмдун үчүнчү түрдөгү интегралдык теңдемесинин чыгарылышынын формуласы табылган.

КОЛДОНУЛГАН АДАБИЯТТАР

- [1] Lavrentiev, M. M. (1959). On integral equations of the first kind. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*. **127**(1), 31-33.
- [2] Lavrentiev, M. M., Romanov, V. G., and Shishatskii, S. P. (1980). *Ill-Posed Problems of Mathematical Physics and Analysis*. Nauka, Moscow.
- [3] Imanaliev, M. I. and Asanov, A. (1989a). On solutions of systems of Volterra nonlinear integral equations of the first kind. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 309(5), 1052-1055.
- [4] Denisov, A. M. (1980). On approximate solution of the Volterra equation of the first kind connected with an inverse problem for the conductivity equation. *Vestn. Mosk. Gos. Univ. Ser. Vych. Math. And Kibern.* **3**, 49-52.
- [5] Kolton, D. and Kress, R. (1987). *Methods of Integral Equations in Dispersion Theory*. Mir, Moscow.
- [6] Martynyuk, A. A. and Gutovskii, R. (1979), *Integral Inequalities and Motion Stability*. Naukova Dumka, Kiev.
- [7] Myunts, G. M. (1934). *Integral Equations I*. Gostekhizdat, Moscow-Leningrad.
- [8] Romanov, V. G. (1975). On some classes of uniqueness for solutions of Volterra operator equations of the first kind. *Functional Analysis and its Applications*. **9**(1), 81-82.
- [9] Tricomi F. (1960). *Integral Equations*. – Moscow.: Inostrannaya Literatura.

КЫРГЫЗ ТҮРК МАНАС УНИВЕРСИТЕТИ

ТАБИГЫЙ ИЛИМДЕР ИНСТИТУТУ

МАТЕМАТИКА БӨЛҮМҮ

**ЧЕКТЕЛБЕГЕН ОБЛАСТТАГЫ ФРЕДГОЛЬМДУН III
ТҮРДӨГҮ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕСИНИН
ЧЫГАРЫЛЫШЫНЫН ЖАЛГЫЗДЫГЫ**

(ДИССЕРТАЦИЯЛЫК ИШ)

Рухидин АСАНОВ

БИШКЕК 2010

